Sveučilište u Zagrebu

Prirodoslovno-matematički fakultet

Matematički odsjek

Petar Jurišin

TEORIJA IGARA U POLITIČKIM ODLUKAMA

Diplomski rad

Voditelj rada:

Dr. sc. Kristina Šorić, prof. v.š.

Zagreb, 2018.

Sveučilište u Zagrebu

Prirodoslovno-matematički fakultet

Matematički odsjek

Petar Jurišin

TEORIJA IGARA U POLITIČKIM ODLUKAMA

Diplomski rad

Voditelj rada:

Dr. sc. Kristina Šorić, prof. v.š.

Zagreb, 2018.

Ovaj diplomski rad obranjen je dana _____________ pred nastavničkim povjerenstvom u sastavu:

1. ___________________________, predsjednik

2. ___________________________, član

3. ___________________________, član

Povjerenstvo je rad ocijenilo ocjenom _____________________ .

Potpisi članova povjerenstva:

1. ___________________________

2. ___________________________

3. ___________________________

SADRŽAJ

0. UVOD

Ljubav prema matematici i strast prema politici - tako bi se ukratko mogla objasniti inspiracija za ovu temu. Zato je ambicija ovog diplomskog rada iskoristiti matematičke modele i generalni način razmišljanja na analizu političkog odlučivanja.

Kao matematička disciplina koja svoju primjenu nalazi u ekonomiji, a bavi se sukobom, odnosno racionalnim metodama razrješavanja istog, upravo je teorija igara bila suđena kao oslonac za analizu. Kroz rad se čitatelj sustavno uvodi u problematiku racionalnog političkog odlučivanja uz prikladne primjere iz hrvatske politike. Prvo se poglavlje tako bavi nekim općenitim definicijama i napomenama kako bi se lakše mogla razumjeti kasnija poglavlja koja se, ulazeći u detaljniju i kompliciraniju analizu, nadograđuju jedno na drugo.

Nakon prvotnih napomena postepeno ćemo krenuti od jednostavne teorije izbora i mikroekonomskog pristupa odlučivanju, odnosno korisnosti kao njegove glavne determinante preko kojih ćemo doći do političke ekonomije, optimizacije te teorema i modela koji će objasniti djelotvornost samog demokratskog sustava.

S obzirom da je prvo poglavlje de facto pravi uvod, napomenimo i da teorija igara ne nalazi svoju primjenu samo u stvarnim političkim odnosima, već je i jedna od glavnih podloga za popularne knjige, filmove i serije poput *Igre prijestolja*, u kojoj glavni junaci iz epizode u epizodu na vagu stavljaju akcije koje će poduzeti i razmatraju ishode do kojih će te akcije dovesti.

A sada krenimo s političkom igrom!

1. TEORIJA IGARA I NJENA VEZA S POLITIKOM

1.1. Uvod u političku teoriju igara

Teorija igara je matematička disciplina koja se razvila sredinom 20. stoljeća. Početkom se može smatrati knjiga *Theory of games and economic behavior* (*Teorija igara i ekonomsko ponašanje*) matematičara Johna von Neumanna i ekonomista Oskara Morgensterna. Još jedan od fundamentalnih doprinosa razvoju ove teorije dao je svojim radom John Nash, za što mu je kasnije dodijeljena Nobelova nagrada za ekonomiju (Nobelova nagrada ne dodjeljuje se za matematiku). O Johnu Nashu je snimljen i biografski film *Genijalni um*. U početku je glavna motivacija za razvoj ove discipline bila ekonomska, ali je teorija igara našla primjene i u drugim društvenim znanostima, u vojne svrhe pa čak i u biologiji. Zanimljivi primjeri iz biologije mogu se naći u knjizi Richarda Dawkinsa *Sebični gen* (vidi [6]).

Pojednostavljeno rečeno, teorija igara se bavi situacijama konflikta između dvaju ili više sudionika koje nazivamo i agenti. Cilj je odrediti ponašanje sudionika koje je za njih najpovoljnije, pod pretpostavkom da su racionalni. Konflikt je reguliran strogo definiranim pravilima kao u društvenim igrama kao što su pokeri, monopoli i "čovječe ne ljuti se". Teorija igara omogućuje preciznu analizu takvih igara, po čemu je dobila ime. Konflikti u stvarnom životu obično nisu podložni jednostavnim pravilima. Zbog toga je teorija igara uglavnom ostala u okvirima akademskih primjera, a u praksi se dosta rijetko koristi. Ipak, riječ je o lijepoj teoriji koja povezuje nekoliko grana matematike i dala je važne doprinose razumijevanju ponašanja u ekonomiji, sociologiji, psihologiji i teoriji evolucije (vidi [6]).

Teorija igara primjenjuje se i u političkim znanostima osobito u područjima kao pravedna dioba, politička ekonomija, ratno pregovaranje, pozitivna politička teorija i teorija društvenog izbora. U svim ovim navedenim područjima istraživači su razvili teoretske modele igara u kojima su sudionici: glasači, države, interesne skupine i političari. Prvi primjer primjene teorije igara u političkim znanostima izveo je američki ekonomist Anthony Downs, koji u svojoj knjizi *An Economic Theory of Democracy*

(Ekonomska teorija demokracije) rabi Hotellingov zakon u objašnjavanju političkog procesa. Downs je bio prvi koji je dokazao da će politički kandidati odnosno stranke težiti prema ideologiji koja će udovoljavati vrijednostima središnjice ako su glasači potpuno, odnosno savršeno infomirani, ali Downs također tvrdi da glasači isto tako svjesno izabiru da ostanu neupućeni što na kraju omogućava kandidatima da se odvoje u svojim nastupima (vidi [1]).

Politička ekonomija je područje koje se bavi primjenom ekonomskih načela za razumijevanje donošenja političkih odluka. Modeli političke ekonomije pretpostavljaju da pojedinci vide vladu kao mehanizam za maksimiziranje svoga interesa (vidi [8]).

O svemu navedenom ćemo još detaljnije govoriti u narednim poglavljima, ali prije toga ćemo se još posvetiti samom političkom odlučivanju i terminima iz političke znanosti koje ćemo koristiti.

1.2. Izborni i politički sustav

Kako bi uspješno pokrenuli raspravu o političkom sustavu, prvo ćemo definirati što je to izborni sustav. *Izborni sustav* je, prema [7], skup pravila po kojima se odvijaju izbori. Njima se određuje koga birači biraju (kandidate ili stranke), način na koji biraju, način na koji se glasovi birača pretvaraju u zastupničke mandate i druga pitanja. Dakle, izborni sustav nam postavlja temelje kako ćemo donijeti našu odluku, a samim time i neposredno oblikuje ponašanje političkih stranaka i njihovih kandidata.

Prema cilju izbornog sustava i pravilu odlučivanja izborni sustavi se dijele na dva opća i suprotstavljena tipa: većinske i razmjerne. *Većinski izborni sustavi* teže parlamentarnoj većini jedne stranke ili saveza stranaka, a prema pravilu odlučivanja izabran je kandidat ili stranka koji dobiju relativnu ili apsolutnu većinu u izbornom okrugu. *Razmjerni izborni sustavi* teže što točnijem predstavljanju izborne snage političkih grupa (stranaka) koje postoje u nekoj državi u predstavničkom tijelu, a prema pravilu odlučivanja politička grupa dobiva onoliko mandata koliki je njezin glasački udjel u ukupnom broju danih glasova (vidi [7]).

Upravo se razmjerni izborni sustav koristi u Hrvatskoj uz upotrebu D'Hondtove metode za raspodjelu glasova u zastupničke mandate, nazvane prema belgijskom matematičaru Victoru D'Hondtu. Prema njegovom se sustavu prvo računa biračka masa, odnosno izborni popis danih glasova u izbornoj jedinici. Biračka se masa svake liste zatim dijeli postepeno s $1, 2, 3, \ldots, n$, pri čemu je n broj zastupnika koji se bira nakon čega se izdvaja prvih n rezutata. Broj zastupničkih mjesta koje je određena lista dobila odgovara upravo broju izdvojenih rezultata dijeljenja biračke mase te liste.

Kako bismo na primjeru objasnili D'Hondtovu metodu, uzet ćemo rezultate izbora za Hrvatski sabor iz 2015. godine za I. izbornu jedinicu[1]. Ona je na dan izbora imala 336.961 birača, od čega je glasovanju pristupilo njih 236.108. Rezultate prikazujemo u tablici 1.

LISTA	OSVOJENI GLASOVI
SDP-ova	91.262 (39,15%)
HDZ-ova	60.697 (26,04%)
Most	42.880 (18,39%)
Bandić Milan 365	10.656 (4,57%)
Ostali	$< 2\%$
Nevažeći	2683

Tablica 1. Rezultati izbora za Hrvatski sabor za I. Izbornu jedinicu iz 2015. godine

Uvidom u rezultate glasovanja prvo možemo eliminirati sve liste koje nisu uspjele preći izborni prag od 5%. Dakle, u daljnju igru idu samo liste SDP-ove i HDZ-ove koalicije te Mosta nezavisnih lista. U svakoj od deset izbornih jedinica na koliko je podijeljen teritorij Republike Hrvatske bira se 14 zastupnika, odnosno biračke mase sve tri liste dijelimo 14 puta - prvo s 1, pa sa 2, pa sa 3... i tako sve do 14. Tim postupkom smo dobili određena 42 broja, a mi gledamo četrnaesti po veličini. Pogledajmo tablicu 2. koja nam daje uvid u naš postupak. Iz nje vidimo da je SDP-ova koalicija osvojila 7 mandata, HDZ-ova 4 mandata, a Most 3 mandata.

[1] Podatak iz Državnog izbornog povjerenstva, 10.12.2017.

Lista	Br. glasova (N)	$N:1$	$N:2$	$N:3$	$N:4$	$N:5$	$N:6$	$N:7$
SDP-ova	91262	91262	45631	30421	22816	18252	15210	13037
HDZ-ova	60697	60697	30349	20232	15174	12139	10116	8671
Most	42880	42880	21440	14293	10720	8576	7147	6126
Lista	**Br. glasova (N)**	$N:8$	$N:9$	$N:10$	$N:11$	$N:12$	$N:13$	$N:14$
SDP-ova	91262	11408	10140	9126	8297	7605	7020	6519
HDZ-ova	60697	7587	6744	6070	5518	5058	4669	4336
Most	42880	5360	4764	4288	3898	3573	3298	3063

Tablica 2. Tablični prikaz D'Hondtove metode

Većinski se sustavi dijele na sustave apsolutne većine i sustave relativne (jednostavne) većine. Najpoznatiji i najstariji *sustav relativne većine (jednokružni većinski izborni sustav)* je britanski, a taj sustav se još koristi u SAD-u, Kanadi i Indiji. Cijela zemlja je podijeljena na onoliko izbornih okruga koliko ima članova parlamenta. U svakom okrugu bira se jedan zastupnik i izabran je onaj koji je dobio najveći broj glasova. Osnovni nedostatak ovog sustava je što suzuje izbor birača. Upravo *sustav apsolutne većine (dvokružni većinski izborni sustav)* nastoji ispraviti taj nedostatak proširujući izbor birača u prvom krugu, uz očuvanje jake i stabilne vlade. Najpoznatiji primjer toga sustava je francuski izborni sustav prema kojemu je zastupnik izabran ako dobije 50% + jedan glas (vidi [7]).

Ishodištem suvremenih znanstvenih rasprava o političkom utjecaju izbornih sustava, prema [4], smatra se studija Mauricea Duvergera (1950) *L'influence des syste`mes électoraux sur la vie politique (Utjecaj izbornih sustava na politički život).*

Duverger polazi od postavke da je utjecaj izbornih sustava na politički život "očita činjenica". Njegova temeljna postavka glasi da izborni sustav odlučno utječe na politički život neke zemlje posredstvom političkih stranaka. Drugim riječima, izborni sustav odlučno oblikuje stranački sustav, a on presudno određuje politički sustav. U tročlanom nizu (izborni sustav - stranački sustav - politički sustav) središnji član pojavljuje se kao posljedica prvoga i uzrok posljednjeg člana. Riječ je o svojevrsnome kauzalnom determinizmu u tumačenju političkih pojava, koji će također postati predmetom brojnih kritičkih razmatranja.

Duverger razlikuje izravni i neizravni utjecaj izbornog sustava na politički život. Izravni utjecaj očituje se u tome što određeni izborni sustav uzrokuje određenu strukturu stranačkog sustava. Neizravni utjecaj pokazuje se u tome što struktura stranačkog sustava, koja je prethodno uvjetovana izbornim sustavom, određuje oblik političkog života. U oba primjera izborni sustav je bitna odrednica političkog života, samo što se to u prvom primjeru očituje neposredno, a u drugome posredno. Duverger se podrobnije bavio samo izravnim oblikom utjecaja izbornih sustava na politički život neke zemlje, tj. istraživanjem utjecaja izbornih sustava na stranačke (vidi [4]).
Bit njegova istraživanja sažeto je izražena u tri hipoteze.

1. Razmjerni izborni sustav potiče višestranački sustav s krutim frontama i neovisnim strankama.

2. Dvokružni većinski izborni sustav potiče višestranački sustav s fleksibilnim frontama i neovisnim strankama.

3. Jednokružni većinski izborni sustav potiče stranački dualizam.

Izborni sustav utječe na stranački sustav tako što određuje broj, strukturu i međusobnu ovisnost političkih stranaka.

Razmjerni izborni sustav potiče višestranačje na nekoliko načina. Prvo, on pridonosi održavanju postojećih političkih stranaka, a ne prisiljava ih na nestajanje s političke pozornice, jer svakoj stranci daje mogućnost samostalnog sudjelovanja u izborima i osvajanja parlamentarnih mandata. Drugo, on potiče cijepanje postojećih političkih stranaka na frakcije koje se često oblikuju u nove političke stranke i samostalno nastupaju u izbornom nadmetanju i političkom životu uopće. Frakcioniranja postoje i uz većinske izborne sustave, ali su ograničenija i prolaznija, jer logika izbornog nadmetanja prisiljava frakcije na povezivanja i fuziranja s velikim strankama. U razmjernome izbornom sustavu frakcioniranja su trajnija i češća, jer pravila izbornog nadmetanja načelno ne isključuju ni jednu frakciju i stranku iz izbornog nadmetanja. Ipak, ni razmjerni izborni sustav ne dopušta beskonačna cijepanja političkih stranaka te on nije sam po sebi "atomizirajuća sila". Treće, razmjerni izborni sustav manje pogoduje cijepanju starih etabliranih političkih stranaka nego stvaranju novih.

Dvokružni većinski izborni sustav također potiče višestranačje. On je za Duvergera općenito najteži teorijski problem. Uostalom, teorijske studije izbora u cjelini i danas imaju najviše poteškoća s izborima apsolutnom većinom. To se pokazuje i u autorovim poteškoćama da podrobno obrazloži mehanizme umnožavanja političkih stranaka u zemljama u kojima se primjenjuju većinski izbori s dva kruga. Nema sumnje da na umnožavanje stranaka presudno utječe postojanje dva izborna kruga, jer je drugi izborni krug glavna prepreka oblikovanja dvostranačkog sustava. Duverger smatra da upravo zbog drugog izbornog kruga izostaju pojave "polarizacije" i "podpredstavljenosti" već u prvome izbornom krugu.

Napokon, jednokružni većinski izborni sustavi potiču dvostranačje pomoću dva glavna mehanizma: blokade uspona trećih stranaka i isključivanja ili potiskivanja trećih stranaka iz političkog života. Stranački dualizam nastaje kao posljedica djelovanja mehaničkog i psihološkog činitelja. Mehanički činitelj očituje se u pojavi "podpredstavljenosti" treće stranke, tj. u izrazitu nesrazmjeru između njezina udjela u glasovima birača i u parlamentarnim mandatima. Sve dok je treća stranka slaba, sustav djeluje protiv nje, blokirajući njezin politički uspon. Čim ona nadmaši jednu od dviju glavnih stranaka po broju glasova birača, pomiče se iz statusa treće stranke i prepušta to mjesto stranci koja je po broju glasova zaostala za njom. Tada žrtvom blokade postaje nekoć etablirana, stara stranka. Psihološki činitelj očituje se u shvaćanjima birača da glasovi dani nekoj trećoj stranci propadaju te, u skladu s tim, u odluci da se glasuje za jednu od dviju vodećih stranaka. I taj psihološki mehanizam djeluje protiv treće stranke dok je ona slabija od dviju vodećih stranaka, a čim po glasovima pretekne jednu od njih, mehanizam se okreće protiv glasovno nadmašene stranke. Obrat u djelovanju mehaničkog i psihološkog mehanizma po pravilu se ne događa istodobno, nego posljednji obično prethodi prvome. U prijelaznim razdobljima stranke se često fuziraju. Suočene s nezadrživim političkim usponom treće stranke, etablirane se stranke katkad spajaju u jednu. Fuzija stranaka pojavljuje se tako i kao sredstvo obnove, odnosno zaštite stranačkog dualizma (vidi [4]).

Točna predstavljenost nije ideal i cilj svakoga izbornog sustava. Neki su izborni sustavi postavljeni upravo tako da osiguravaju nadpredstavljenost jedne i podpredstavljenost ostalih političkih stranaka. Cilj izbornog sustava može biti da uz relativnu većinu glasova birača stvori apsolutnu mandatnu većinu jedne političke stranke. Takav je sustav postavljen tako da omogući umjetne ili fabricirane parlamentarne većine (manufactured majorities). Stvaranje fabricirane parlamentarne većine jedne stranke nije samo sebi cilj. Njegov je smisao u postizanju drugih političkih ciljeva. Najvažniji je od njih sastavljanje jednostranačke vlade na podlozi parlamentarne većine određene stranke. Prema tome, nadpredstavljenost odnosno podpredstavljenost političkih stranaka može biti upravo cilj izbornog sustava. U tom se slučaju obavezno primjenjuju većinski izbori. A ako je cilj osiguravanje što točnijeg predstavništva, onda se obvezatno primjenjuju razmjerni izbori (vidi [4]).

Druga prijelomna studija o utjecaju izbornih sustava na politički život bila je knjiga Douglasa W. Raea (1967, 1971) *The Political Consequences of Electoral Laws (Političke posljedice izbornih zakona).* Rae je utvrdio da izborni obrazac - većinska nasuprot razmjernoj metodi - neposredno utječe na broj političkih stranaka. To je najjasnije izraženo u odnosu većinskog obrasca izbora i dvostranačkog sustava: "Većinski obrazac uzrokuje dvostranačke sustave". Propozicija implicira da je većinski obrazac nužan i dovoljan uvjet za dvostranačku kompetenciju. Ta je tvrdnja zasnovana na empirijskim nalazima (vidi [4]). Nalaze na 107 država ćemo predočiti tablicom 4.

$N = 107$		
Obrazac		
Stranački sustavi	Većinski	Ostali
Dvostranački sustavi	23	4
Ostali sustavi	7	73
***N* = broj slučajeva**		

Tablica 3. Dvostranački sustavi kao funkcija većinskog obrasca (vidi [4])

Razlog zašto smo krenuli s izbornim sustavom je da uspješno smjestimo hrvatski politički sustav u kontekst u kojem ćemo ga lakše analizirati u daljnjim poglavljima. Prethodno je navedeno da se u Republici Hrvatskoj primjenjuje razmjerni izborni sustav. U službenom registru političkih stranaka registrirane 164 političke stranke, od kojih je čak 19 njih parlamentarnih[2]. Dakle, ako bi to promatrali kroz ekonomsku prizmu, možemo zaključiti da je hrvatsko političko tržište, odnosno ponuda stranaka kao "proizvoda" prema biračima kao "potrošačima", koji umjesto određenim novčanim budžetom raspolažu budžetom svoga glasa, relativno velika.

1.3. Odlučivanje

U političkom procesu fazu odlučivanja definiramo u širem smislu kao proceduru legitimiranja političkog djelovanja, a u užem smislu kao formalnu selekciju.

Pitanje legitimnosti političkih poredaka jedno je od temeljnih u političkoj znanosti. Osim formalnih procedura legitimacije poretka, poput izbornih procesa, funkcije države u zadovoljavanju socijalnih potreba stanovništva, poput zdravlja, stanovanja, transporta, sigurnosti i slično, dodatni su izvor njezine legitimnosti. Moguće je upozoriti na dva dominantna pristupa legitimitetu vlasti.

Prvi je utemeljen na pozitivističko-pravnoj tradiciji, pretežno europskoj, prema kojoj autonomni karakter političkog sustava svojom trajnošću, svjesnošću, sposobnostima upravljanja itd. kreira temelje legitimiteta, neovisno o relacijama spram načela koji bi prethodili njegovoj konstituciji, kao i neovisno o kritičnoj javnosti. Politički sustavi koji se oslanjaju na legitimnost što proizlazi iz same činjenice trajanja, navika, sentimenata, a bez legitimacijskih načela koji bi prethodili samom političkom sustavu, najčešće se pokazuju nestabilnima. Drugi polazi od uvjerenja da je legitimnost poretka podložna "kvarenju" i da ju političko vodstvo mora stalno obnavljati i "zasluživati". Legitimnost se iskazuje kroz djelotvornost sustava. Kriza legitimiteta povezuje se s krizom političkog outputa, što se naziva i krizom racionaliteta.

[2] Podatak iz registra političkih stranaka, 10.12.2017.

Sustav nastoji uspostaviti krug: djelotvornost - legitimnost - djelotvornost, ali ga najčešće ne može zatvoriti, jer mu nedostaje polazni, inicijalni temelj legitimnosti. Oslanjanje na takav izvor legitimnosti dovodi sustav u krizu u vrijeme pada očekivane efikasnosti - aspiracijske deprivacije stanovništva. Dakle, cjelovit sustav odluka (policy) kao rezultat i kao proces dio su složenoga legitimacijskog procesa političkih sustava (vidi [2]).

Najjednostavnije možemo reći da je odlučivanje izbor između predloženih policy-rješenja. To je faza koju obilježava institucionalizirani prostor odvijanja, dakle, unaprijed poznati sudionici, formalizirane procedure i politički karakter aktivnosti. U odlučivanju se konačno razrješuju suprotstavljene interesne pozicije (ili privremeno potiskuju). Ideološke vrijednosti, etička pitanja, emocije, nastoje se pomiriti s tehničkim podacima, objektivnim pokazateljima i analizom. Politička je odluka specifična upravo po stvaranju, na prvi pogled, nemoguće sinteze (vidi [2]).

Suočen sa situacijom izbora, odlučitelj revalorizira ponuđene mogućnosti (pa i ne-djelovanje, kao uvijek moguću opciju) prema kriterijima poput onih koje rabe analitičari, s tom razlikom da je naglasak na političkoj podobnosti i ostvarljivosti, povećanju moći i ugleda, itd. Posebno važni činitelji kojima odlučitelj posvećuje naročitu pažnju su:

1. Kontekst problema. Kako je definiran i razgraničen od drugih problema u okolici? Koliko vremena ima na raspolaganju? Kakva su pravila i tko sudjeluje? Odlučitelj mora odrediti koje vrijednosti odlukom treba i može postići i u kakvu vrst odnosa pritom mora ući s ostalim subjektima. Temeljni je kontekstualni problem i zadatak odrediti granice odluke, kako bi ona bila realnija i učinkovitija. Vrijeme je svakako važan element. To je ograničer i nenadoknadiv resurs. Izrazito kratki rokovi zahtijevaju posve drukčiju formulaciju policy-rješenja. Kada je vremenski budžet nešto veći i analitičnost može biti veća. Društvenoj razini na kojoj je problem definiran (pojedinci, grupe, podsustavi) mora odgovarati i primjerena alternativa. U kontekst odlučivanja pripadaju i politička kultura, etičke norme, tradicije, običaji itd.

2. Točke utjecaja. Vrednujući odlučivačku situaciju donositelj odluke nastoji izabrati alternativu koja mu omogućuju realizaciju utjecaja nad najvećim brojem subjekata.

3. Važnost problema. Procjena važnosti problema znači i procjenu troškova izabrane alternative. Veća važnost pretpostavlja i više uloženih resursa.

4. Dostupnost informacija. Svako rješenje prati i određeni skup podataka. Prva pitanja su: koji podaci još nedostaju i jesu li postojeći podaci pouzdani? Velika količina raznovrsnih informacija još nije jamstvo da će se ispravno odlučiti. Informacije su podložne pogrešnoj interpretaciji. Osim toga, svaki je podatak na neki način već unaprijed reinterpretiran i vrednovan.

5. Subjekti. Odlučivačka situacija pretpostavlja poznavanje onih koji su uključeni u kontekst odluke, bilo kao kompetitivni akteri ili kao saveznici. Odlučitelj će se nastojati upoznati i s pojedinačnim osobinama ličnosti kao što su njihovi motivacijski elementi, sklonost preuzimanju rizika, način razmišljanja, znanje i informiranost i sl.

Ovdje pobrojani elementi odlučivačke faze samo su dio kompleksne situacije. Svaka pojedinačna odluka može donijeti nove elemente ili naglasiti neke od nabrojanih (vidi [2]).

2. TEORIJA IZBORA

Polazna točka za gotovo cijelu političku teoriju igara je ideja da pojedinci racionalno slijede ciljeve podložne ograničenjima fizičkih resursa kao i ponašanjem drugih aktera. Racionalnost se u teoriji igara odnosi na dosljedno i sebično ponašanje. Za gotovo sve naše svrhe, dovoljno je definirati racionalnost u smislu nekoliko jednostavnih ideja:

(1) Suočen s bilo kojim dvjema mogućnostima, koje možemo označiti s x i y, pojedinac može odrediti ne preferira li opciju x u odnosu na opciju y ili ne preferira li opciju y u odnosu na opciju x, ili oboje. Kada preferencije zadovoljavaju ovo svojstvo, kažemo da su *potpune*.

(2) Suočen s tri opcije x, y i z, ako pojedinac ne preferira y u odnosu na x i ne preferira z u odnosu na y, onda mora vrijediti da ne preferira z u odnosu na x. Preferencije koje zadovoljavaju ovo svojstvo su *tranzitivne*.

Grubo rečeno, naša definicija racionalnog ponašanja je konzistentna sa potpunim i tranzitivnim preferencijama. Ova slaba karakterizacija racionalnosti je konzistentna s velikim brojem nezavisnih ciljeva. U principu, slabo racionalni agenti mogu biti motivirani bilo kojim brojem faktora kao što su ideologija, normativne vrijednosti ili čak religija (vidi [5]).

2.1. Konačni skupovi akcija i ishodi

Počnimo sa razmatranjem jednostavnog slučaja kada agent može birati među konačnim brojem akcija koju će poduzeti. Označimo te izbore kao skup $A = \{a_1, \dots, a_k\}$. Na primjer, kada je u pitanju izglasavanje određenog zakona, zastupnici u nekom parlamentu imaju sljedeći *skup izbora* $A = \{$glasovati za, glasovati protiv, biti suzdržan$\}$, dok birači, u najjednostavnijem primjeru sa dvostranačkim sustavom, imaju skup izbora $A = \{$glasovati za desnu stranku, glasovati za lijevu stranku, apstinirati$\}$.

Pretpostavimo i da agenti imaju potpune informacije, odnosno dovoljno znanje o kontekstu njihova izbora tako da savršeno dobro mogu predvidjeti posljedice svake akcije. Da u potpunosti formaliziramo tu ideju, definirajmo *skup ishoda* $X = \{x_1, \dots, x_n\}$. Dakle svaka akcija $a \in A$ rezultira jednim i samo jednim ishodom $x \in X$ (vidi [5]).

Formalno, pretpostavimo da postoji funkcija $x: A \rightarrow X$ koja svakoj akciji dodjeljuje specifični ishod. Kažemo da je x_i *dostižan ishod* ako postoji $a \in A$ takav da je $x(a) = x_i$.

Opet, u krajnje pojednostavljenom slučaju, pretpostavimo da se političke stranke bave samo promjenom stope PDV-a i da biramo samo jednu stranku koja će obnašati vlast. Za potrebu našeg primjera recimo da na izbor imamo tri stranke, A, B i C, koje se redom zalažu za PDV od 15%, 20% i 25%. Skup ishoda našeg glasovanja tada može biti skup postotaka koji je u skladu s ustavnim i europskim propisima, ali dostižni su PDV-ovi samo oni za koje se zalažu navedene stranke. Pravi matematičar će konstatirati da smo samo na lijep način prezentirali činjenicu da je slika funkcije (skup dostižnih ishoda) uvijek podskup kodomene (skupa svih ishoda), odnosno $Im(x) \subseteq X$.

Sada, prema [5], možemo modelirati preferencije na skupu ishoda kao binarnu relaciju R koja predstavlja "*slabu preferenciju*". Notacija $x_i R x_j$ tada znači da se ishod x_j ne preferira u odnosu na x_i, odnosno da se x_i "slabo" preferira u odnosu na x_j. Ovdje možemo primijetiti da je R slična binarnoj relaciji $\geq$ koja operira na skupu realnih brojeva. Uz danu relaciju slabe preferencije R, sada možemo definirati strogu preferenciju i indiferentnost.

Definicija 2.1.1. Uz dane $x, y \in X$ kažemo da xPy (x se *strogo preferira* u odnosu na y) ako i samo ako vrijedi xRy, a ne vrijedi yRx. Kažemo da xIy (x je *indiferentan* u odnosu na y) ako i samo ako vrijedi xRy i yRx.

Slijedom navedenog, od racionalnog agenta očekujemo da će odabrati $x^* \in X$ takav da vrijedi $x^* R y$ za sve $y \in X$. Zato ćemo definirati sljedeći skup (vidi [5]).

Definicija 2.1.2. Uz dani skup X i relaciju slabe preferencije R na X, *maksimalni skup* $M(R, X) \subseteq X$ je definiran kao $M(R, X) = \{x \in X : xRy\ \forall y \in X\}$.

Jedna od fundamentalnih posljedica racionalnosti je da agenti biraju ishode iz maksimalnog skupa. To naravno ima smisla kada maksimalni skup nije prazan, odnosno $M(R, X) \neq \emptyset$ (vidi [5]).

Uvedimo još dva uvjeta, prema [5], kako bi sigurno svi elementi u X bili usporedivi.

Definicija 2.1.3. Binarna relacija R na X je
(i) *potpuna* ako za sve $x, y \in X, x \neq y$, xRy ili yRx.
(ii) *refleksivna* ako za sve $x \in X, xRx$.

Zapitajmo se sada, ako znamo da netko preferira neku stranku A u odnosu na stranku B, odnosno stranku B u odnosu na stranku C, možemo li zaključiti da ta osoba i preferira A u odnosu na C? Vrlo vjerojatno da, ali "vrlo vjerojatno" nije isto što i "sigurno". Na hrvatskom političkom tržištu s više od 100 registriranih stranaka, teško je reći da bi svi birači bili tako racionalni. Definirajmo zato, prema [5], nova svojstva binarne relacije R.

Definicija 2.1.4. Binarna relacija R na X je
(1) *tranzitivna* ako za sve $x, y, z \in X$, ako vrijedi xRy i yRz onda xRz.
(2) *kvazi-tranzitivna* ako za sve $x, y, z \in X$, ako vrijedi xPy i yPz onda xPz.
(3) *aciklična* ako za sve $x, y, z, \dots, a, b \in X$, ako vrijedi xPy i $yPz, \dots, aPb$ onda xPb.

Pomoću prethodnih definicija napokon ćemo i strogo definirati slabu preferenciju.

Definicija 2.1.5. S danim skupom X *slaba preferencija* je binarna relacija koja je potpuna, refleksivna i tranzitivna.

Podsjetimo se da je i upravo relacija parcijalnog uređaja relacija koja zadovoljava refleksivnost, antisimetričnost te tranzitivnost.

Za kraj ovog poglavlja navedimo naš prvi teorem čiji je dokaz prilično intuitivan (vidi [5]).

Teorem 2.1.6. Ako je X konačan skup i R je slaba preferencija onda $M(R, X) \neq \emptyset$.

U političkom kontekstu, ako imamo konačan skup stranaka na odabir, a u stvarnom životu imamo, zaključujemo da postoji barem jedna koju možemo smatrati najboljom. Iako ovo nije neko revolucionarno otkriće, mnogi na kraju neće odabrati onu stranku za koju smatraju da najbolje zastupa njihove stavove zbog raznih razloga poput straha da ta stranka uopće neće prijeći izborni prag, ali se bar možemo našaliti na konstataciju "svi su isti" i na to reći "racionalno, to znači da su svi najbolji".

2.2. Teorija korisnosti

Do sada se naš model oslanjao na binarnoj relaciji i maksimalnom skupu, ali teško je raditi s binarnim operatorima u netrivijalnim slučajevima. Zato ćemo svakom elementu skupa ishoda pridružiti neki broj (vidi [5]). Tako ćemo jednostavno moći upotrijebiti naš dobro poznati uređaj $\geq$ za komparaciju alternativa. Dakle, mi želimo reprezentirati preferencije preko *funkcije korisnosti* u (realna funkcija s domenom X) na sljedeći način:

$$u(x) \geq u(y) \text{ implicira } xRy,$$
$$u(x) > u(y) \text{ implicira } xPy,$$
$$u(x) = u(y) \text{ implicira } xIy.$$

Definicija 2.2.1. Uz dane X i R na X kažemo da *funkcija korisnosti* $u: X \to \mathbb{R}$ *predstavlja* R ako za sve $x, y \in X$ $u(x) \geq u(y)$ ako i samo ako xRy.

Jedno od glavnih svojstava koje bismo željeli kod naše nove funkcije bi svakako bila neprekidnost. Za nematematičare, neprekidne funkcije su one koje se mogu nacrtati bez podizanja olovke sa papira. Ipak, definirajmo mi neprekidnost na matematički način.

Definicija 2.2.2. Kažemo da je funkcija $f: X \to \mathbb{R}$ *neprekidna* ako za svaki $x \in X$ vrijedi: Za svaki $\varepsilon > 0$ postoji $\delta > 0$ tako da $\|x - y\| < \delta$ $|f(x) - f(y)| < \varepsilon$.

Da budemo do kraja pošteni i precizni, moramo reći i što je zapravo izraz $\|x - y\|$. Zato ćemo pretpostaviti da su naše preferencije definirane na n −dimenzionalnom euklidskom prostoru, odnosno $X \subset \mathbb{R}^n$ (vidi [5]).

Pritom su naši elementi skupa ishoda zapravo vektori na $\mathbb{R}^n$, $x = (x^1, x^2, \dots, x^n)$, odnosno $x^i \in \mathbb{R}, i = 1, \dots, n$. Na kraju, naš izraz je generalizirana *norma* na n −dimenzionalnom euklidskom prostoru, definirana sa

$$\|x - y\| \coloneqq \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x^i - y^i)^2}.$$

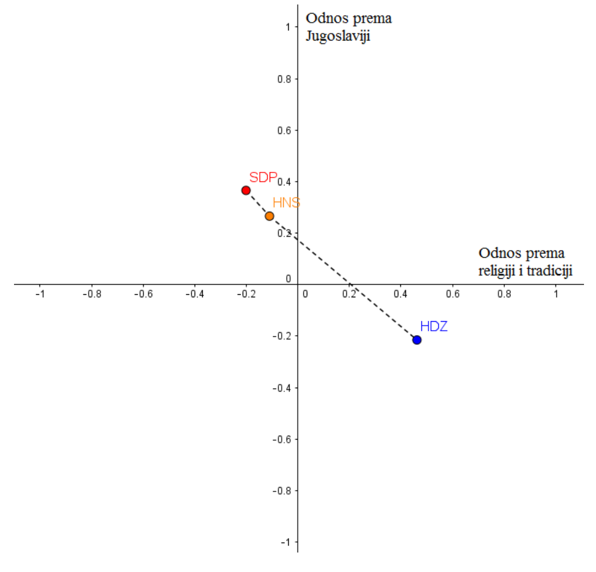
U ovom trenutku bi srednjoškolci rekli da smo zapravo definirali vrijednost koja opisuje udaljenost između dvije točke x i y u n −dimenzionalnom prostoru. I zbilja ne bi bili u krivu, odnosno naše točke možemo poistovjetiti sa strankama za koje birači mogu glasovati, odnosno koordinate tih točaka sa odobravanjem određene političke platforme.

U istraživačkom radu Andrije Henjaka sa zagrebačkog Fakulteta političkih znanosti iz 2011. godine pratile su se determinante odnosa prema pet stranaka u izborima do 2007. godine. Tako je pozitivan odnos prema religiji i tradiciji biračima HDZ-a važan kao i negativan odnos prema Jugoslaviji, dok je kod birača SDP-a i HNS-a situacija obrnuta, odnosno važan im je pozitivan odnos prema Jugoslaviji te negativan prema religiji i tradiciji. Zanimljivo je zato da je odnos prema ekonomiji, sporedan biračima dviju najjačih stranaka. Ipak, važno je napomenuti da je ovdje riječ o prosječnom biraču te da se ne imputira nikakva generalizacija (vidi [3]).

Zamislimo sada nekakav 2 −dimenzionalni sustav tako da jedna os predstavlja odnos prema religiji i tradiciji te jedna prema Jugoslaviji. U ovoj situaciji koja je prikazana tablicom 2. i slikom 1. je jasno da je udaljenost između točaka HDZ-a i HNS-a veća nego udaljenost između SDP-a i HNS-a.

Ovdje već možemo naslutiti što brojke govore o koalicijskom potencijalu, odnosno da bi birači HNS-a bili zadovoljniji koaliciji sa SDP-om nego s HDZ-om.

Determinante odnosa prema tri stranke u izborima 2007. godine. Nestandardizirani B koeficijenti i standardne greške u zagradama			
	HDZ	SDP	HNS
Odnos prema religiji i tradiciji	0.462 (0.046)	-0.201 (0.039)	-0.110 (0.037)
Odnos prema Jugoslaviji	-0.215 (0.034)	0.366 (0.029)	0.266 (0.027)
	$p < 0.001$		



Tablica 4. Determinante odnosa prema tri stranke (vidi [3])
Slika 1. Grafički prikaz determinanti odnosa prema tri stranke

Kao u prethodnom odjeljku, želimo okarakterizirati optimalni izbor agenta pa kažemo da je $x \in X$ *maksimizator* od $u: X \to \mathbb{R}$ ako $u(x) \geq u(y)$ za sve $y \in X$. Sada je i jasna veza između postojanja maksimizatora i nepraznosti $M(R, X)$ pa iskažimo to u obliku teorema (vidi [5]).

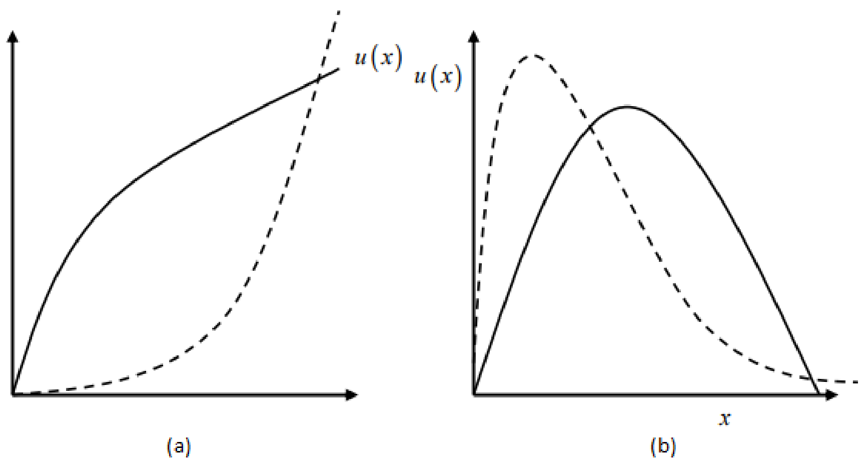
Teorem 2.2.3. Ako je funkcija $u(\cdot)$ funkcija korisnosti koja predstavlja R na X onda vrijedi $M(R, X) = arg\ max_{x \in X}\{u(x)\}$.

Dokaz ovog teorema ćemo prepustiti čitatelju.

2.3. Prostorne preferencije

U većini slučajeva kada govorimo o primjeni u ekonomiji, ishodi su denominirani u novcu (prihodi, bogatstvo, plaće itd.) ili u robi (elektronički uređaji, posuđe, jabuke, itd.) Zato je razumno pretpostaviti da se veći ishodi preferiraju u odnosu na manje ishode.

U političkoj teoriji igara ipak želimo proučavati ishode politike poreza, socijalnog blagostanja, abortusa gdje barem jedan agent imaju najdraži ishod koji nije nula ili beskonačno. Korisnost birača može se povećavati za porezne stope ispod neke razine te smanjivati za veće razine. Birač možda preferira restrikcije na abortus u smislu njegove zabrane u trećem tromjesečju, ali prije toga ne. Zato je često nužno pretpostaviti da politički akteri imaju zadovoljive preferencije. Formalno, možemo reći da agent ima takve preferencije kada $M(X, R)$ sadrži elemente koji su u unutrašnjosti prostora ishoda X. Slično, preferencije su zadovoljive kada je maksimizator od $u: X \to \mathbb{R}$ u unutrašnjosti od X. Slika 2. nam grafički predočava razliku između zadovoljivih i nezadovoljivih preferencija (vidi [5]).



Slika 2. (a) Nezadovoljive preferencije; (b) Zadovoljive preferencije (vidi [5])

U našem prostornom modelu dakle ishodi političke odluke mogu se predočiti kao točke u podskupu od $\mathbb{R}^d$. U praksi, kao i u nastavku, pretpostavit ćemo da birači imaju simetrične preferencije s jednim vrhom. Za sada ćemo reći da jedan vrh podrazumijeva da agentov maksimalni skup sadrži jedan element, odnosno da funkcija korisnosti ima samo jedan maksimizator. Taj ishod političke odluke zovemo agentovom *idealnom točkom*. Pretpostavka simetrije zahtijeva da se agentova korisnost smanjuje istom razinom neovisno o smjeru. To implicira da su preferencije padajuće funkcije udaljenosti ishoda političke odluke i agentove idealne točke (vidi [5]).

3. IZBOR S NESAVRŠENIM INFORMACIJAMA

U ovom ćemo poglavlju napustiti pretpostavku da individualci mogu savršeno predvidjeti posljedice njihovih akcija. Umjesto tog naivnog pristupa, pretpostavimo da ishodi proizlaze vjerojatnosno iz izbora akcije, odnosno da određena akcija povećava ili smanjuje mogućnost nekih izbora.

Postoje dva ključna elementa u ovom pristupu. Prvi je koncept vjerovanja koje se modelira preko vjerojatnosnih distribucija ili "lutrija" vezanih za ishode povezane sa svakom akcijom. Drugi je specifikacija isplata povezanih sa svakim ishodom. Te isplate su poznate i kao von Neumann-Morgensternove funkcije korisnosti (vidi [5]).

3.1. Konačni slučaj

Kao u prethodnom poglavlju, pretpostavimo da imamo dva konačna skupa, skup akcija $A = \{a_1, \dots, a_I\}$ i skup ishoda $X = \{x_1, \dots, x_J\}$. Da formaliziramo našu pretpostavku vjerojatnosne veze, pretpostavit ćemo da ishod ovisi i o poduzetoj akciji, ali i o "stanju svijeta", s. Označimo skup tih stanja sa $S = \{s_1, \dots, s_K\}$.

Pretpostavimo da agenti imaju uvjerenja o mogućnostima svakog stanja što predstavljamo vjerojatnosnom funkcijom $\pi(s_k) \equiv \pi_k$. Naravno, sada zahtijevamo da ove vjerojatnosti zadovoljavaju osnovne aksiome teorije vjerojatnosti, odnosno formalno želimo:

$$0 \leq \pi_k \leq 1,$$

$$\pi_1 + \pi_2 + \cdots + \pi_k = \sum_{k=1}^{K} \pi_k = 1.$$

S ovim postavom formalizirajmo vezu između akcija, stanja i ishoda s ishodovnom funkcijom definiranom sa $\chi(a, s): A \times S \to X$ (vidi [5]).

Neka je p_{ij} vjerojatnost ishoda x_j koji nastupa kao posljedica akcije a_i. Generalna formula za te vjerojatnosti je sljedeća:

$$p_{ij} = \sum_{\{k:\chi(a_i,s_k)=x_j\}} \pi_k.$$

Vjerojatnosti p_{ij} nasljeđuju sljedeća svojstva od π_k:

$$0 \leq p_{ij} \leq 1,$$

$$p_{i1} + p_{i2} + \cdots + p_{iJ} = \sum_{j=1}^{J} p_{ij} = 1 \ \ \forall i$$

Sada zbog jednostavnosti definirajmo vektor $p_i \coloneqq (p_{i1}, \dots, p_{iJ})$. To je referentna lutrija nad ishodima povezanim s akcijom a_i. Označimo još sa P skup svih lutrija (vidi [5]).

Kako bismo dalje nastavili operirati s lutrijama i došli do našeg prvog teorema, prema [5], potrebno je izložiti četiri aksioma o slabim preferencijama R na P.

Aksiom 3.1.1. (Potpunost i tranzitivnost) Slaba preferencija R nad P je potpuna i tranzitivna.

Aksiom 3.1.2. (Redukcija) Za svaki $\alpha \in [0,1]$ i $p \in P,\ pI[\alpha p + (1-\alpha)p]$.

Aksiom 3.1.3. (Neprekidnost) Neka su p, q i r tri lutrije iz P. Skup skalara $\alpha \in [0,1]$ takvih da vrijedi $[\alpha p + (1-\alpha)r]Rq$ je zatvoreni interval. Također je i skup skalara $\beta \in [0,1]$ takvih da vrijedi $qR[\beta p + (1-\beta)r]$ zatvoreni interval.

Aksiom 3.1.4. (Nezavisnost) Neka su p, q i r tri lutrije iz P. Za sve skalare $\alpha \in (0,1)$, pRq ako i samo ako $[\alpha p + (1-\alpha)r]R[\alpha q + (1-\alpha)r]$.

Na krilima navedenih aksioma možemo nadovezati sljedeći korisni teorem o preferencijama nad akcijama.

Teorem 3.1.5. (von Neumann-Morgenstern) Ako vrijede aksiomi 3.1.1.-3.1.4. onda postoji funkcija $u(x_j)$ (koja dodjeljuje vrijednost u_j za svaki ishod) tako da vrijedi:

(i) očekivana korisnost lutrije p_i (inducirane akcijom i) je dana s

$$EU(p_i) = p_{i1}u_1 + p_{i2}u_2 + \cdots + p_{iJ}u_J = \sum_{j=1}^{J} p_{ij}u_j$$

(ii) $p_i R p_j$ ako i samo ako $EU(p_i) \geq EU(p_j)$.

Funkcija $u(x_j)$ se naziva i Bernoullijevom funkcijom korisnosti, kako bismo je razlikovali od očekivane funkcije korisnosti $EU(p)$. Stoga naglasimo razliku između tih funkcija: Bernoullijeva se definira nad ishodima, dok se očekivana funkcija korisnosti definira nad lutrijama (vidi [5]).

3.2. Rizik

U prosjeku jednom godišnje izlazimo na izbore. Postavlja se pitanje hoćemo li birati "neke nove" ili "one stare"? Aspekt izbora pod faktorom nesigurnosti kojeg do sada nismo analizirali je skup rizika koje je racionalni agent voljan tolerirati. Neki će agenti pristati na malu vjerojatnost lošeg ishoda ako to podrazumijeva relativno visoku vjerojatnost dobrog ishoda, dok će drugi samo nastojati minimizirati vjerojatnost lošeg ishoda. Način kako karakteriziramo agentovu preferenciju ili toleranciju spram rizika je voljan li je on ili ne pristati na *poštenu nagodbu*. Za sada ćemo se zadržati na pretpostavci da su ulozi i ishodi denominirani u novcu (vidi [5]).

Neka je w ulog i $x_1 > x_2$ različiti novčani ishodi te neka je p vjerojatnost ishoda x_1, a $1 - p$ vjerojatnost ishoda x_2. Uvedimo sljedeću definiciju.

Definicija 3.2.1. Nagodba je *poštena* ako je $w = px_1 + (1 - p)x_2$. Nagodba je *povoljna* ako je $w < px_1 + (1 - p)x_2$. Nagodba je *nepovoljna* ako je $w > px_1 + (1 - p)x_2$.

Za ilustrativni i jednostavni primjer uzmimo lutriju. Pravila su jednostavna: Moramo uplatiti jednu kunu i možemo odabrati jedan broj od 1 do 100. Nakon toga slijedi izvlačenje. Ako naš broj bude izvučen osvajamo 100 kuna, ako ne, ne osvajamo ništa.

Vjerojatnost da naš broj bude izvučen je $\frac{1}{100}$, a vjerojatnost da ne bude je $\frac{99}{100}$. Dakle očekivana dobit je $\frac{1}{100} \cdot 100 + \frac{99}{100} \cdot 0 = 1$. Jasno, ako je cijena uplate manja ili ako je dobitak veći, onda je ulog povoljan, a ako je cijena uplate veća ili ako je dobitak manji, onda je ulog nepovoljan (vidi [5]).

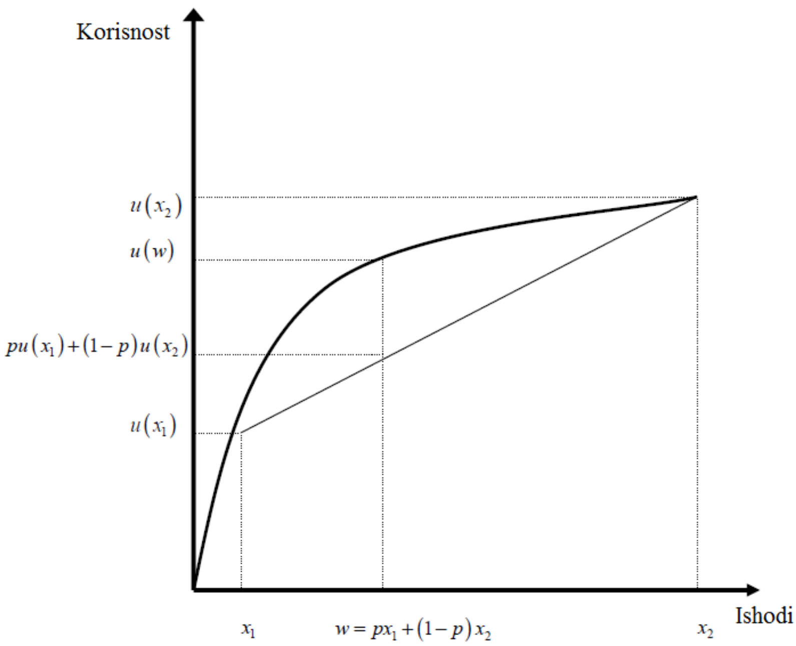
Koristeći poštenu nagodbu, možemo karakterizirati preferencije na rizik.

Definicija 3.2.2. Agent ima *averziju prema riziku* ako neće pristati na nepovoljne ponude, odnosno ako vrijedi $u(px_1 + (1-p)x_2) > pu(x_1) + (1-p)u(x_2)$.

Zbog lakše predodžbe, prikažimo tu preferenciju grafički na slici 3.

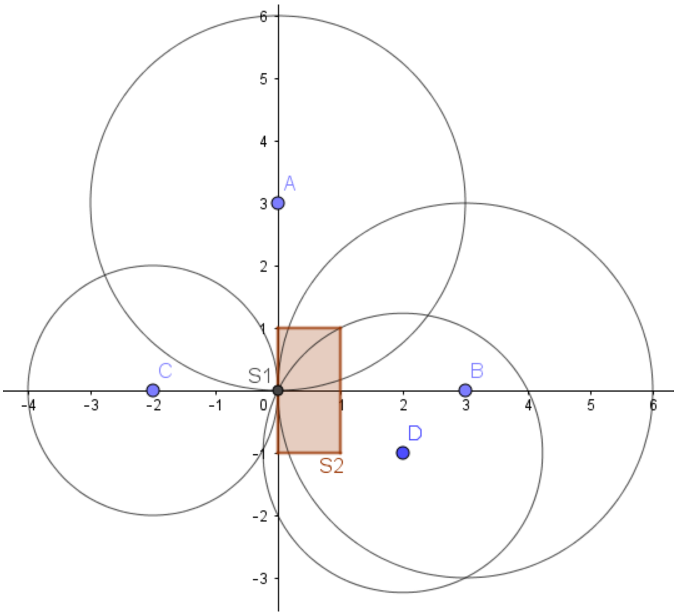
Definicija 3.2.3. Agentu je *rizik prihvatljiv* ako će pristati na nepovoljne ponude, odnosno ako vrijedi $u(px_1 + (1-p)x_2) < pu(x_1) + (1-p)u(x_2)$.

Definicija 3.2.3. Agent je *neutralan prema riziku* ako je indiferentan, odnosno ako vrijedi $u(px_1 + (1-p)x_2) > pu(x_1) + (1-p)u(x_2)$.



Slika 3. Averzija prema riziku (vidi [5])

Pretpostavimo sada da je u jednoj općini glavni problem gdje izgraditi školu. Općina je prikazana grafički na slici 4 te se sastoji od četiri jednakobrojna naselja sa svojim koordinatama: $A(0,3), B(3,0), C(-2,0)$ i $D(2,-1)$. Dvije stranke se natječu za osvajanje vlasti. Stranka 1 želi izgraditi školu u $S1(0,0)$, dok je stranka 2 obećala izgradnju škole negdje na području smeđeg kvadra $S2$ omeđenog točkama $(0,-1)$, $(0,1)$, $(1,1)$, $(1,-1)$. Birači će glasovati za onu stranku koja im je obećala manju udaljenost od naselja do škole. Tko će na kraju biti izabran?



Slika 4. Rizik pri biranju kandidata

Na slici 4. su označene i kružnice sa središtima u A, B, C i D radijusa udaljenosti tih točaka od točke $S1$ kako bi lakše uočili koje su pogodnije lokacije za školu za pojedino naselje. Ako su birači neutralni prema riziku, birači naselja A i C će glasovati za stranku 1 jer će im škola vjerojatno biti bliža ako se izgradi u ishodištu nego ako se izgradi na području kvadra, dok će birači naselja B i D glasovati za stranku 2 iz analognog razloga. Međutim, ako su neki birači naselja A dovoljno skloni riziku, glasovat će za stranku 2. Jednako bi mogli konstatirati da ako birači naselja B ili D imaju jaku averziju spram rizika da će glasovati za stranku 1. Situacija je dakle poprilično komplicirana. Matematički je jedino sigurno da će birači naselja C glasovati za stranku 1 jer je upravo $(0,0)$ najbliža točka kvadra tom naselju.

Za kraj se vratimo na pitanje hoćemo li birati stare ili nove. Možemo zaključiti da stranke koje su do sada obnašale vlast predstavljaju neku politiku kontinuiteta, dok nove stranke donose i određen rizik jer do sada nisu imale priliku obnašati vlast pa će birači skloniji riziku vjerojatno biti skloni novim stranka, dok će oni s averzijom prema riziku ipak birati već viđeno.

4. TEORIJA DRUŠTVENOG IZBORA

Pretpostavimo da se sedam odsjeka PMF-a u Zagrebu želi dogovoriti s kojeg bi odsjeka trebao biti sljedeći dekan fakulteta. Označimo odsjeke na sljedeći način: Biologija (B), Fizika (F), Kemija (K), Matematika (M), Geofizika (Gf), Geografija (Gg) i Geologija (Gl). Svaki od odsjeka ima homogene preferencije oko izbora novog dekana i jednako pravo glasa. Pretpostavimo da su ta rangiranja dana tablicom 3.

$\boldsymbol{B}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{K}$	$\boldsymbol{M}$	$\boldsymbol{Gf}$	$\boldsymbol{Gg}$	$\boldsymbol{Gl}$
B	F	K	M	Gf	Gg	Gl
K	M	B	F	Gg	Gl	Gf
F	B	M	K	Gl	Gf	Gg
M	Gf	F	Gg	F	M	K
Gl	K	Gf	B	M	K	B
Gg	Gg	Gl	Gl	B	B	F
Gf	Gl	Gg	Gf	K	F	M

Tablica 5. Izbor dekana agregiranjem preferencija

Vijeće fakulteta prvo je odlučilo da će se novi dekan odabrati većinskim sustavom u kojem će delegati odsjeka birati prvog po rangu. Međutim, to nije urodilo plodom, jer je svaki delegat htio odabrati dekana sa svog odsjeka.

Zatim je odlučeno da će se redom uspoređivati parovi kako bi se došlo do izbora. Tako je između B i F odabran B jer K, Gg i Gl preferiraju B u odnosu na F, a M i Gf preferiraju F u odnosu na B. Zatim između B i K pobjeđuje K. Između K i M pobjeđuje M. Između M i Gf opet pobjeđuje M i jednako tako uspoređujući M i Gg, odnosno M i Gl u konačnici pobjeđuje M. Heureka! Imamo dekana s matematičkog odsjeka! Ali zatim fizički odsjek uloži žalbu i poremeti cijeli izbor. Njihov delegat tvrdi da bi dekan trebao biti s njihovog odsjeka, jer između F i M pobjeđuje F.

I vratimo se na početak. Vijeće je počelo raspravljati treći skup pravila, svaki odsjek koji je na listiću delegata odabran prvi dobit će 7 bodova, sljedeći će dobiti 6 bodova i tako dalje do zadnjeg preferabilnog odsjeka koji će dobiti 1 bod. Sada bi B dobio $7 + 5 + 6 + 3 + 2 + 2 + 3 = 28$ bodova, F 24 boda, K 29 bodova, M 30 bodova, Gf 27 bodova, Gg 27 bodova i Gl 26 bodova. Ali na to delegat s kemijskog odsjeka uloži amadman da bi se trebala vrednovati samo prva četiri izbora, odnosno da prvorangirani dobije 4 boda, sljedeći 3 i tako do četvrtog koji bi dobio 1 bod. Po tom amandmanu bi B dobio 9 bodova, F 11, K 12, M 11, Gf 10, Gg 10 i Gl 9 bodova.

Situacija je očito poprilično komplicirana, jer uz sve ove navedene modele postoji beskonačno mnogo njih koji nisu spomenuti, a na čitatelju je da odabere onaj model koji smatra najboljim. Mi zato nastavljamo dalje s našom cjelinom.

4.1. Pravilo agregacije preferencija

U ovom poglavlju nećemo doći do nekih značajnih rezultata i otkrića, ali ćemo zato izložiti osnovnu notaciju s kojom ćemo raditi i definirati neke važne postavke. Ograničit ćemo se na konačan skup agenata $N = \{1,2,\dots,n\}$ $(n > 2)$ koji moraju odabrati neki ishod iz skupa X. Pretpostavit ćemo da su agenti potpuno informirani. Također pretpostavimo da agent i ima redoslijed preferencija R_i na X te da su one potpune i tranzitivne. Označimo s $\mathcal{R}$ skup svih mogućih potpunih i tranzitivnih redoslijeda preferencija, a popis redoslijeda preferencija za svih n agenata s $\rho = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$, kojeg nazivamo i preferencijski profil. Skup profila je dakle $\mathcal{R}^n$. S $\mathcal{B}$ označimo skup svih potpunih rangiranja na X (vidi [5]).

Definicija 4.1.1. *Pravilo agregacije preferencija* je funkcija $f\colon \mathcal{R}^n \to \mathcal{B}$.

Najvažnije svojstvo naše nove funkcije bi zasigurno bila mogućnost za generiranjem najboljeg ishoda tako da agenti zapravo imaju nešto za izabrati. Drugim riječima, htjeli bismo da društveni maksimalni skup $M(R, X)$ bude neprazan za sve preferencijske profile. Iz druge cjeline znamo da to podrazumijeva da R mora biti tranzitivna.

Definicija 4.1.2. Pravilo agregacije preferencija f je *tranzitivno* ako je za svaki $\rho \in \mathcal{R}^n$ redoslijed R tranzitivan.

Također bi voljeli da naše pravilo bude barem minimalno demokratično, odnosno da preferencije jednog agenta (tzv. diktatora) ne određuju u potpunosti društveno rangiranje alternativa.

Definicija 4.1.3. Pravilo agregacije preferencija f je *nediktatorsko* ako ne postoji $i \in N$ takav da za svaki $\rho \in \mathcal{R}^n$ za svaki $x, y \in X$, xP_iy implicira xPy.

Nadalje, ne bi bilo dobro kada bi naše pravilo proizvelo društveno rangiranje s kojim se ne slaže niti jedan agent. Ako svi agenti preferiraju x u odnosu na y, onda želimo i da društvene preferencije reflektiraju to rangiranje. Do ovog kriterija je prvi došao talijanski ekonomist Vilfredo Pareto i često se na njega referiramo kao *Pareto optimalnost*.

Definicija 4.1.4. Pravilo agregacije preferencija f je *slabo Paretovo* ako za bilo koje $x, y \in X$, ako xP_iy za svaki $i \in N$ onda xPy.

Za kraj bi voljeli da poredak društvenih preferencija za bilo koja dva ishoda ovisi samo o individualnim preferencijskim porecima za ta dva ishoda. To se svojstvo naziva i nezavisnost od irelevantnih alternativa.

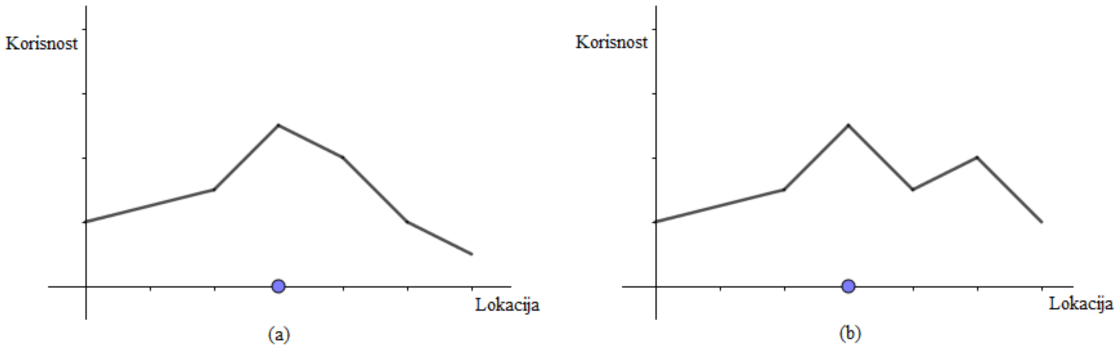
Definicija 4.1.5. Pravilo agregacije preferencija f je *nezavisno od irelevantnih alternativa* ako, za svaki par $x, y \in X$ i dva profila $\rho, \rho' \in \mathcal{R}^n$ s xR_iy ako i samo ako xR'_iy za sve $i \in N$, xRy ako i samo ako $xR'y$.

Ovo su sve poštene i razumne pretpostavke koje su nam potrebne kako bi se društveno donošenje izbora ponašalo jednako dobro kao i ono racionalnog individualca. Nažalost, jedan od fundamentalnih rezultata društvenih znanosti govori nam da agregacijska pravila ne mogu zadovoljiti sva ta svojstva istovremeno (vidi [5]). O tom izrazito nepovoljnom rezultatu ćemo detaljnije govoriti u poglavlju 4.3. Međutim, prije toga ćemo izložiti još malo zanimljive teorije.

4.2. Politička ekonomija i teorem medijanskog glasača

U uvodnom primjeru s uspoređivanjem parova, vidimo da iako su preferencije svih glasača konzistentne, preferencije zajednice nisu. Taj se fenomen naziva *paradoks glasovanja*. Matematičkom delegatu dakle odgovara da je red glasovanja određen abecedno kako smo i promatrali, ali to nipošto ne mora biti tako. Zato kažemo da je *podešavanje rasporeda* postupak organiziranja reda glasovanja na način koji će osigurati željeni rezultat. Problem vezan uz to jest da glasovanje u parovima može ići u nedogled bez postizanja rezultata izbora. Takav proces nazivamo *kruženjem*. Povijesni primjer kruženja odnosi se na 17. amandman Ustava SAD-a o direktnom izabiru senatora. Prihvaćanje tog amandmana „odgođeno je deset godina pomoću parlamentarnih manevara koji su ovisili o glasačkim kruženjima, uz pomoć zadržavanja statusa quo (imenovanje senatora od državnog zakonodavnog tijela) te dviju verzija amandmana" (vidi [8]).

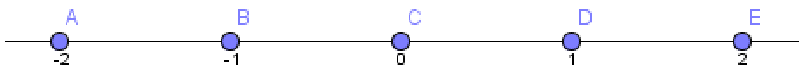
Vrijeme je da se vratimo na drugo poglavlje te da pobliže objasnimo preferencije s jednim vrhom. Već smo rekli da je idealna točka preferencija pojedinca ona oko koje su sve okolne točke niže od nje. Kada glasač ima preferenciju s jednim vrhom, korisnost kontinuirano pada kako se glasač udaljava od točke koja mu daje najveću korisnost. Kažemo da glasač ima preferencije s dvostrukim vrhom ako udovoljavanjem od ishodišta kojemu je najviše sklon korisnost najprije pada, a onda opet raste. Općenito, ako su preferencije svih glasača s jednim vrhom, glasački se paradoks neće pojaviti. Na slici 5. uočimo razliku između preferencija s jednim i s dvostrukim vrhom.



Slika 5. (a) Preferencije s jednim vrhom; (b) Preferencije s dvostrukim vrhom

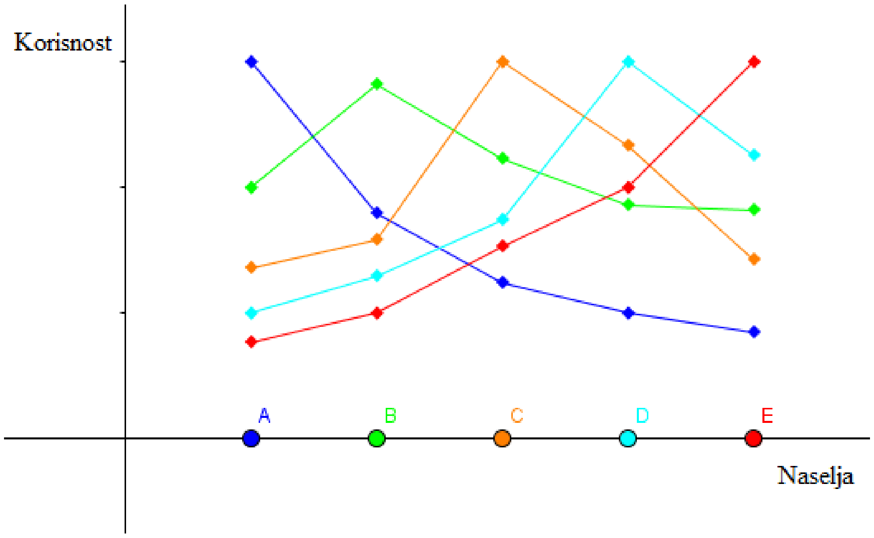
Teorem medijanskog glasača. Razmotrimo jednostavan primjer u kojemu alternative znače manji ili veći iznos nekog obilježja. Glasači rangiraju ponuđene alternative na temelju tog obilježja. Želimo odrediti veličinu ponude nekog javnog dobra. Definirajmo medijanskog glasača kao onoga čije se preferencije nalaze u sredini skupine preferencija svih glasača; polovica glasača je za više, a polovica za manje odabranog javnog dobra (vidi [8]).

Pretpostavimo opet da imamo općinu od pet jednakobrojnih naselja, ali da se ona nalaze duž pravca kao što je prikazano na slici. Pretpostavimo da bi u koordinatnom prikazu ta naselja imala sljedeće koordinate: $A(-2), B(-1), C(0), D(1), E(2)$. Ako se kandidiramo za gradonačelnika, koji bi bio racionalni prijedlog lokacije za gradnju škole?



Slika 6. Koordinatni prikaz naselja

Pogledajmo za početak grafički prikaz preferencija na sljedećoj slici.

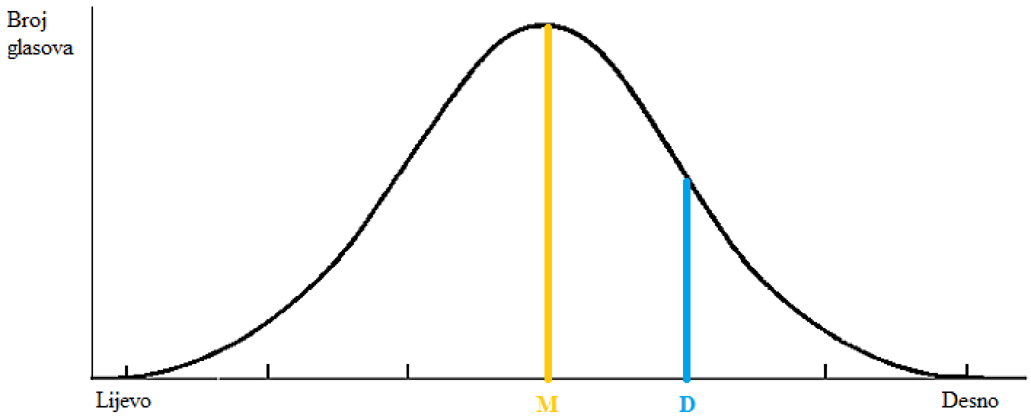


Slika 7. Grafički prikaz preferencija

Ovdje je sasvim jasno da govorimo o preferencijama s jednim vrhom, odnosno što je škola bliža prikazanom vrhu preferencija glasača, on ga više i preferira. Osim što geometrijski ima smisla školu izgraditi u naselju C, pogledajmo što kaže teorem medijanskog glasača. Izgradnju škole u naselju A preferiraju samo građani tog naselja. Pomak izgradnje iz A u B odgovarao bi naseljima B, C, D i E, a pomak iz B u C odgovarao bi naseljima C, D i E. Svaki daljnji pomak blokirala bi barem tri naselja.

Pokušajmo sada dati općeniti primjer i zamislimo izbor između dva kandidata, A i B. Pretpostavimo da u vezi s različitim političkim pitanjima glasači imaju preferencije s jednim vrhom. Glasači, dakle, ispunjavajući glasačke listiće, pokušavaju maksimizirati svoju korisnost, a kandidati žele maksimizirati broj prikupljenih glasova. Downs (1957.) pokazuje da će se političari koji žele maksimizirati prikupljene glasove u tim uvjetima prilagoditi programu koji preferira medijanski glasač - onaj čije su preferencije točno na sredini skale preferencija (vidi [1]).

Da bismo to shvatili, pretpostavimo kako glasači rangiraju sve pozicije ovisno o tome jesu li lijevo ili desno, s tim da nećemo ulaziti u dubinu što znači "biti lijevo", a što "biti desno". Slika 8. prikazuje zamišljenu preraspodjelu glasača, od kojih svaki preferira jednu točku političkog spektra.



Slika 8. Normalna distribucija glasača

Pretpostavimo da kandidat A izabere točku M, u vrijednosti medijana, a kandidat B poziciju D na sredini desnog dijela iste slike. Budući da svi glasači imaju preferencije s jednim vrhom te žele maksimizirati korisnost, svaki će glasovati za onog kandidata čiji su pogledi najbliži njegovima.. Kandidat B će zato pridobiti sve glasove desno od D, kao i neke glasove između M i D. Budući da je M medijanska vrijednost, polovica glasača nalazi se lijevo od M. Kandidat A će, dakle, pridobiti sve glasove lijevo te dio glasova desno od M. Zaključujemo da se obojici kandidata najviše isplati pozicija što bliža poziciji medijanskog glasača (vidi [8]).

Prije nego ovaj rezultat prihvatimo kao konačan, ipak trebamo analizirati još nekoliko dijelova (vidi [8]):

1) Jednodimenzionalna rangiranja. Ako politička vjerovanja ne mogu biti rangirana duž jednog spektra (raspona), teorem medijanskog glasača propada jer identitet medijanskoga glasača ovisi o pitanju koje razmatra. Medijanski glasač za pitanje ravnopravnosti žena i muškaraca neće biti ista osoba kao i medijanski glasač za pitanje atomske energije.

2) Ideologija. Bilo bi nerealno pretpostaviti da se političari brinu samo za pribavljanje što većeg broja glasova jer oni mogu imati i druge želje osim dobivanja izbora.

3) Osobnost. Pretpostavka da odluke glasača ovise samo o razmatranim problemima mogla bi biti nerealna. Ponekad su važnije osobnosti. Tvrdi se, na primjer, da je velik dio privlačnosti predsjednika Ronalda Reagana bio vezan za njegov očinski izgled.

4) Vodstvo. U ovom modelu političari poslušno odgovaraju na preferencije glasača. Međutim političari mogu sami utjecati na te preferencije. U biti jednako, samo na drugi način, kažemo da političari osiguravaju vodstvo.

5) Odluka o glasovanju. Analiza pretpostavlja da svaki građanin s pravom glasa želi iskoristiti to svoje pravo. Međutim, ako su stavovi kandidata previše slični, neki građani možda iz dosade neće glasovati. Ni pojedinci ekstremnih stavova možda neće glasovati zbog svoje otuđenosti.

4.3. Arrowljev teorem nemogućnosti

Preko uvodnog primjera za ovo poglavlje možemo zaključiti da razmatrane metode glasovanja nisu savršene. Zato je ključno pitanje može li se raspravljati o ijednoj etički prihvatljivoj metodi za pretvaranje individualnih preferencija u kolektivne. Što je, a što nije etički prihvatljivo je možda ipak bolje ostaviti čitateljima na razmatranje, no dobitnik Nobelove nagrade Kenneth Arrow (1951) je predložio da u demokratskim zemljama, kolektivno pravilo donošenja odluka treba zadovoljavati sljedeće uvjete:

1. Da se može donijeti odluka bez obzira na konfiguraciju glasačkih preferencija.

2. Mora biti moguće rangirati sve rezultate.

3. Pravilo donošenja odluka mora odgovarati individualnim preferencijama. Posebno, ako svaki pojedinac preferira A pred B, onda i društvena preferencija mora biti A pred B.

4. Pravilo mora biti konzistentno u smislu da se, ako se A preferira pred B i B pred C, tada se A preferira pred C.

5. Društveno rangiranje A i B ovisi samo o individualnom rangiranju A i B. Ta se pretpostavka ponekad zove nezavisnost od irelevantnih alternativa.

6. Nije dopušteno diktatorstvo. Društvene preferencije ne smiju oslikavati preferencije jedne osobe.

U poglavlju 4.1. ova svojstva smo već definirali matematički te ćemo upravo matematičkim jezikom iskazati i dokazati naš teorem. Nažalost, izvanredan je zaključak Arrowljeve analize da općenito nije moguće pronaći pravilo koje zadovoljava sve te kriterije. Stoga se od demokratskog društva ne može očekivati da donosi konzistentne odluke (vidi [8]).

Teorem 4.3.1. Ako je X konačan i sadrži barem tri alternative, onda ne postoji pravilo agregacije preferencija $f: \mathcal{R}^n \to \mathcal{B}$ koje je tranzitivno, nediktatorsko, slabo Paretovo i nezavisno od irelevantnih alternativa (vidi [5]).

Mogu li neki drugi skupovi uvjeta omogućiti sastavljanje pravila za donošenje društvenih odluka? Čini se da, ispusti li se neki od tih šest uvjeta, može nastati pravilo društvenih izbora koje će zadovoljavati ostalih pet uvjeta. Ali je li dopušteno izostaviti neki od uvjeta, ovisi o pogledu na njihove moralne vrijednosti. Mnogi bi nakon ovakvog rezultata mogli slegnuti ramenima, možda čak i ozbiljno posumnjati u dobrohotnost našeg izbornog sustava ako već nisu, ali neki će istaknuti kako je stvarna važnost Arrowljeva teorema to što pokazuje potrebu za stvarnom istovjetnošću ukusa da bi demokracija djelovala.

Prije nego krenemo na dokaz, iskažimo još jednu definiciju i lemu.

Definicija 4.3.2. Uz dano pravilo agregacije preferencija f, skup $L \subset N$ je *poluodlučujuć* za x protiv y ako za svaki $\rho \in \mathcal{R}^n$ sa xP_iy $(\forall i \in L)$ i yP_jx $(\forall j \in L^C = N \backslash L)$ imamo xPy. Skup L je *odlučujuć* za x protiv y ako za svaki $\rho \in \mathcal{R}^n$ sa xP_iy $(\forall i \in L)$ imamo xPy. Skup L je odlučujuć ako je za sve $x, y \in X$ odlučujuć za x protiv y.

Lema 4.3.3. Pretpostavimo da je f tranzitivno pravilo agregacije preferencija koje je nezavisno od irelevantnih alternativa i slabo Paretovo. Ako je $L \subset N$ poluodlučujuć za x protiv y za neke $x, y \in X$ onda je L odlučujuć.

Dokaz teorema 4.3.1. Pretpostavimo da je X konačan i sadrži barem tri alternative. Također pretpostavimo da postoji pravilo agregacije preferencija koje je tranzitivno, nediktatorsko, slabo Paretovo i nezavisno od irelevantnih alternativa. Zbog leme 4.3.3., za svaki $L \subset N$ ili je L odlučujuć ili ne postoji par $x, y \in X$ za koje je L poluodlučujuć za x protiv y.

Promotrimo dva disjunktna skupa $A, B \subset N$ koji nisu poluodlučujući za bilo koje x i y (pa nisu ni odlučujući). Neka je $C = N\{A \cup B\}$. S obzirom da je $n > 2$, a nijedan jednočlani skup $\{i\}$ nije odlučujuć, takva tri skupa postoje. Sada razmotrimo profil $\rho^- \in \mathcal{R}^n$ sa $xP_i{}^-yP_i{}^-z$ za $i \in A$, $zP_j{}^-xP_j{}^-y$ za $j \in B$ i $yP_k{}^-zP_k{}^-x$ za $k \in C$. Kako A i B nisu poluodlučujući za nijedan par, moramo imati zP^-x i yP^-z. Zbog tranzitivnosti od f slijedi da yP^-x. To implicira da skup $A \cup B$ nije poluodlučujuć za x protiv y. To znači i da taj skup nije odlučujuć.

Dakle unija dva disjunktna skupa koji nisu odlučujući također nije odlučujuća. Kako f nije diktatorsko, nijedan jednočlani skup nije odlučujuć. Taj zaključak implicira da nijedna (konačna) unija individua nije odlučujuća. Ali to implicira i da N nije odlučujuć, a to je u kontradikciji s pretpostavkom da je f slabo Paretova čime smo dokazali naš teorem. $\blacksquare$ (vidi [5])

5. IGRE U NORMALNOJ FORMI

Ovu cjelinu ćemo započeti s vjerojatno najpoznatijim primjerom iz teorije igara, tzv. zatvorenikovom dilemom. Ovoj jednostavnoj priči ćemo kasnije dodati ozbiljnu političku konotaciju, ali zadržimo se za sada na uvodu. Pretpostavimo dakle da imamo dvoje optuženih ljudi za ubojstvo te ih imenujmo s A i B. Državni tužitelj im daje jednu od dvije mogućnosti:

- Priznaj i nabavi dokaze o ubojstvu od strane suoptuženog. Ako on ne prizna, ti ćeš dobiti jednu godinu zatvora zbog posjedovanja oružja. Ako on također prizna, oboje ćete dobiti po 8 godina zbog ubojstva.
- Nemoj priznati. Ako suoptuženi prizna i pribavi dokaze, ti ćeš dobiti 25 godina zbog ubojstva. Ako također ne prizna, dobit ćete oboje po 4 godine.

Pod pretpostavkom da svaki optuženi gubi po jedinicu za svaku godinu u zatvoru, sljedeća tablica pokazuje isplate za svakog agenta s danim svim mogućim ishodima.

$A\backslash B$	$Nemoj\ priznati$	$Priznaj$
$Nemoj\ priznati$	$-4,-4$	$-25,-1$
$Priznaj$	$-1,-25$	$-8,-8$

Tablica 6. Zatvorenikova dilema

Vidimo da je situacija strateška u smislu da ishod svake akcije prvog osumnjičenika ovisi o izboru drugog osumnjičenika i obrnuto. Što bi osumnjičenici trebali napraviti? Kolektivno, obojica bi trebala ne priznati jer u tom slučaju ukupno dobivaju 8 godina zatvora što je znatno manje nego u bilo kojem drugom scenariju. Međutim, individualna racionalnost zahtijeva maksimizaciju vlastite korisnosti. Pretpostavimo onda da prvi osumnjičenik ne prizna. U tom slučaju bi drugi osumnjičenik shvatio da bi bolje prošao kada bi priznao čime bi reducirao zatvorsku kaznu s 4 na 1 godinu. Drugi osumnjičenik bi istom logikom došao također do zaključka da je bolje priznati nego ne priznati čime bi "društveno optimalno" rješenje bilo nemoguće. Zapravo, oba osumnjičenika će uvidjeti da će bolje proći ako priznaju zločin jer će time maksimizirati svoju individualnu korisnost za danu akciju onog drugog.

Tako oba igrača eliminiraju mogućnost $Nemoj\,priznati$ i dolaze do ravnoteže $(Priznaj, Priznaj)$. U konačnici će dakle obojica priznati čime će kolektivno dobiti 16 godina zatvora, odnosno svaki po 8.

Vidimo dakle da individualna racionalnost dovodi do inferiornijih ishoda (da se razumijemo, u ovom su primjeru društvo zapravo osumnjičenici) (vidi [5]).

5.1. Normalna forma

Prva stvar s kojom se susrećemo kada koristimo teoriju igara za modeliranje političkih fenomena je pitanje kako reprezentirati stratešku situaciju. Prema [5], počnimo s najjednostavnijom reprezentacijom strateške situacije: normalna forma s potpunim i savršenim informacijama. Ona se temelji na sljedećim elementima:

1. Agenti: Neka je N skup agenata. Kada se želimo referirati na određenog agenta, koristimo notaciju $i \in N$. Također koristimo $-i \in N$ kako bi se referirali na sve agente osim i.

2. Čiste strategije: Čista strategija je agentov plan akcija (poput "priznati"/"ne priznati"). U igri s jednom interakcijom poput našeg primjera, strategija je jednostavno akcija. Međutim, u igri s više interakcija, strategija specificira akcije koje agent treba poduzimati u svakoj fazi igre. U normalnoj formi moramo specificirati skup čistih strategija za svakog agenta kojeg označavamo sa S_i za svaki $i \in N$. Odabrana strategija agenta i je dana sa $s_i \in S_i$. Uz dane skupove strategija svakog agenta, možemo generirati skup svih mogućih profila strategija S povezujući sve moguće kombinacije strategija, odnosno formalno $S \equiv \times_{i \in N} S_i$. U tom je slučaju profil zapravo vektor $s = (s_1, \dots, s_i, \dots, s_n) \in S$. Sa $S_{-i} \equiv \times_{j \in N \setminus i} S_j$ označavamo prostor strategija za sve agente osim i. Zbog potrebe i jednostavnosti, često ćemo s označavati kao (s_i, s_{-i}).

3. Isplate: U normalnoj formi zahtijevamo specifičnu von Neumann-Morgensternovu funkciju korisnosti za svakog agenta nad skupom profila strategija, odnosno $u_i(s): S \to \mathbb{R}$. Ponekad funkciju korisnosti za i označavamo s $u_i(s_i, s_{-i})$.

Normalna forma je dakle u potpunosti definirana sa $\langle N, \{S_i, u(\cdot, \dots, \cdot)\}_{i \in n}\rangle$, odnosno skraćeno zapisano $\langle N, S, u\rangle$, pri čemu je u vektor funkcija korisnosti $(u_1(\cdot), \dots, u_n(\cdot))$. Za dva agenta je veza između normalne forme i matrice igre generalizirana tablicom 7.

$1\backslash 2$	s_{21}	s_{22}	$\cdots$	s_{2k}
s_{11}	$u(s_{11}, s_{21})$	$u(s_{11}, s_{22})$	$\cdots$	$u(s_{11}, s_{2k})$
s_{12}	$u(s_{12}, s_{21})$	$u(s_{12}, s_{22})$	$\cdots$	$u(s_{12}, s_{22})$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
s_{1l}	$u(s_{1l}, s_{21})$	$u(s_{1l}, s_{22})$	$\cdots$	$u(s_{1l}, s_{2k})$

Tablica 7. Matrica igre (vidi [5])

Ovdje su $N = \{1,2\}$, $S_1 = \{s_{11}, \dots, s_{1l}\}$ i $S_2 = \{s_{21}, \dots, s_{2k}\}$.

5.2. Rješenje igara u normalnoj formi

Razumno je pretpostaviti da agent u igri neće odabrati strategiju za koju postoji alternativna strategija koja će povećati njegove isplate za sve moguće strategije drugih agenata. Za primjer opet uzmimo zatvorenikovu dilemu, odnosno ako se igrači odluče na priznavanje, njihove će isplate biti veće nego ako se odluče ne priznati (vidi [5]).

Definicija 5.2.1. Strategija s_i je *strogo dominirana* strategijom s_i' za igrača i ako i samo ako $u_i(s_i, s_{-i}) < u_i(s_i', s_{-i})$ za sve $s_{-i} \in S_{-i}$.

Definicija 5.2.2. Profil strategije $s = (s_i, s_{-i})$ je *konzistentan s eliminacijom strogom dominacijom* ako s_i nije strogo dominirana ni za jedan $i \in N$.

Kako bismo ilustrirali rješavanje igara eliminacijom, uzmimo za primjer sljedeću matričnu igru.

$1\backslash 2$	L	M	R
U	1,0	1,2	0,1
D	0,3	0,1	2,0

U ovoj igri, agent 1 nema strogo dominiranih strategija, ali zato je kod agenta 2 strategija R strogo dominirana strategijom M jer generira 2 protiv 1 za U, odnosno 1 protiv 0 za D.

Ako agent 1 uvidi da agent 2 neće odabrati R, on će igru percipirati na sljedeći način:

$1\backslash 2$	L	M
U	1,0	1,2
D	0,3	0,1

U ovoj reduciranoj formi, strategija D je sada dominirana strategijom U analognom analizom, odnosno sada agent 2 zna da će agent 1 odabrati strategiju U pa nam ostaje:

$1\backslash 2$	L	M
U	1,0	1,2

Jasno, u konačnici vidimo da je $\{U, M\}$ rješenje koje je konzistentno s iteracijama eliminacija strogo dominiranih strategija i time završavamo s našim primjerom (vidi [5]).

Nakon ove zanimljive priče vrijeme je da se upoznamo s najvažnijim terminom u teoriji igara - Nashovom ravnotežom. Nashovo rješenje zahtijeva da za sve $i \in N$ strategija agenta i, odnosno s_i, bude najbolji odgovor na strategije odigrane od strane ostalih agenata, odnosno s_{-i}. Prije nego definiramo samu Nashovu ravnotežu, moramo se pozabaviti još nekim pojmovima (vidi [5]).

Definicija 5.2.3. Strategija s_i je *slabo dominirana* strategijom s_i' za igrača i ako i samo ako $u_i(s_i, s_{-i}) \leq u_i(s_i', s_{-i})$ za sve $s_{-i} \in S_{-i}$ i $u_i(s_i, s_{-i}) < u_i(s_i', s_{-i})$ za barem jedan $s_{-i} \in S_{-i}$.

Definicija 5.2.4. *Najbolji odgovor* za agenta $i \in N$ je strategija $s_i \in S_i$ za sve $s_{-i} \in S_{-i}$ za koju vrijedi $u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s_i', s_{-i})\ \forall s_i' \in S_i$. *Skup najboljih odgovora* za agenta $i \in N$ je $b_i(s_{-i}) = \{s_i \in S_i: u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s_i', s_{-i})\ \forall s_i' \in S_i\}$ za sve $s_{-i} \in S_{-i}$.

U zatvorenikovoj dilemi najbolji odgovori su:

$$b_1(priznaj) = \{priznaj\}, b_1(nemoj\ priznati) = \{priznaj\},$$
$$b_2(priznaj) = \{priznaj\}, b_2(nemoj\ priznati) = \{priznaj\}.$$

Definicija 5.2.5. *Nashova ravnoteža* (sa čistim strategijama) normalne forme igre je profil strategija (s^*) koji zadovoljava uvjet: za svaki $i \in N$ vrijedi

$$s_i^* \in b_i(s_{-i}^*).$$

Nashovu ravnotežu, prema [5], možemo i definirati bez referiranja na najbolje odgovore.

Definicija 5.2.6. *Nashova ravnoteža* (sa čistim strategijama) normalne forme igre je profil strategija (s^*) koji zadovoljava uvjet: za svaki $i \in N$ vrijedi

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i', s_{-i}^*)\ \forall s_i' \in S_i.$$

Uzmimo sada konkretniji primjer zatvorenikove dileme u političkom životu, odnosno klimatskim promjenama. Sada nam je stvarni problem ostvarivanje suradnje za reduciranjem emisije plinova. Svim državama je kolektivno bolje ako smanje emitiranje, ali je svim državama individualno bolje ako nastave zagađivati. Opišimo sada igru između dva igrača u kojoj svaki ima dvije moguće strategije $\{Nastavi\ zagađivati,$ $Smanji\ zagađivanje\}$. Uvedimo i našu matricu isplata:

1\2	Smanji zagađivanje	Nastavi zagađivanje
Smanji zagađivanje	10,10	0,11
Nastavi zagađivanje	11,0	1,1

Ovdje je jasno da je Nashova ravnoteža $(Nastavi\ zagađivanje,$ $Nastavi$ $zagađivanje)$ iako je društveno optimalni profil $(Smanji\ zagađivanje, Smanji$ $zagađivanje)$ (vidi [5]).

Kada su u pitanju klimatske promjene, potrebno je pronaći mehanizme suradnje među državama. Jedan takav pristup je donošenje međunarodnih sporazuma. Države su 1992. ispregovarale Okvirnu konvenciju UN-a o klimatskim promjenama (*UN Framework Convention on Climate Change - UNFCCC*). Od tada su države ispregovarale i *Kyoto protokol*, koji je predvidio obaveze smanjenja emisija za neke razvijene države. Međutim, poteškoće u nalasku suradnje su ilustrirane u Kopenhagenu 2009. godine na klimatskim pregovorima jer nakon godina pregovaranja zbog prevelikih neslaganja među državama nije postignut obvezujući međunarodni sporazum (vidi [9]).

5.3. Primjena: Hotellingov model političkog natjecanja

Iako smo već razmatrali o Hotellingov model u poglavlju o političkoj ekonomiji i medijanskom glasaču, vrijeme je da se detaljnije i adekvatnije posvetimo njemu. Zato opet pretpostavimo da mali grad želi odlučiti gdje izgraditi školu. Njegovi građani su raspoređeni jednoliko (ili matematički: uniformno) duž ceste duljine jednog kilometra i svaki građanin želi školu što bliže svom domu. Dakle, pretpostavimo da je idealna točka glasača uniformno distribuirana na segmentu $[0,1]$. Odluka će se donijeti nakon izbora na kojima se natječu dva kandidata kampanjom gdje bi oni izgradili školu. Pobjednički kandidat će izgraditi školu na obećanoj lokaciji te zato dobiti isplatu 1. Gubitnik će dobiti isplatu -1. U slučaju izjednačenja, izbore će odlučiti bacanje novčića. Opet ćemo pretpostaviti da glasači nisu strateški agenti u igri, već samo izabiru najbližeg kandidata.

Po pretpostavci, skupovi strategija kandidata su $S_1 = S_2 = [0,1]$. Uočimo samo da naši skupovi nisu konačni, odnosno kandidati mogu odabrati beskonačno mnogo strategija. S obzirom da glasači glasuju za najbližeg kandidata, možemo izračunati odnose glasova za oba kandidata za sve strategije (s_1, s_2). Kako su glasači uniformno distribuirani, broj glasača u svakom intervalu jednak je duljini tog intervala. Dakle, ako je $s_2 > s_1$, svi glasači koji su lijevo od $\frac{s_1+s_2}{2}$ glasovat će za kandidata 1, odnosno njegov je dio glasova upravo $\frac{s_1+s_2}{2}$. Ostatak od $1-\frac{s_1+s_2}{2}$ glasača će svoje povjerenje dati kandidatu 2.

Analogno, ako je $s_1 > s_2$, kandidat 2 će dobiti $\frac{s_1+s_2}{2}$ glasova, dok će kandidat 1 dobiti ostatak. S obzirom na korisnosti kandidata da pobjede, njihove funkcije isplata nad strategijama su sljedeće:

$$u_1(s_1,s_2) = \begin{cases} 1, & s_1 < s_2 \; i \; \dfrac{s_1+s_2}{2} > 0.5 \; ili \; s_1 > s_2 \; i \; \dfrac{s_1+s_2}{2} < 0.5 \\ 0, & s_1 = s_2 \; i \; \dfrac{s_1+s_2}{2} = 0.5 \\ -1, & s_1 < s_2 \; i \; \dfrac{s_1+s_2}{2} < 0.5 \; ili \; s_1 > s_2 \; i \; \dfrac{s_1+s_2}{2} > 0.5 \end{cases},$$

$$u_2(s_1,s_2) = -u_1(s_1,s_2).$$

Tvrdimo da je jedinstvena Nashova ravnoteža $s_1 = s_2 = 0.5$. Kako bi demonstrirali to, izračunajmo funkcije najboljeg odgovora. Krenimo s kandidatom 1. Pretpostavimo da je $s_2 < 0.5$. U tom slučaju kandidat 1 može pobijediti tako da odabere platformu koja generira udio glasova od 0.5 ili više. Zaključujemo da je $b_1(s_2) = (s_2, 1 - s_2)$. Za $s_2 > 0.5$ imamo analognu računicu i dobijemo $b_1(s_2) = (1 - s_2, s_2)$. Ako je $s_2 = 0.5$, kandidat 1 može u najboljem slučaju ići na izjednačenje tako da također odabere 0.5. Napokon dobijamo da je $b_1(0.5) = 0.5$. Kako je pozicija kandidata 2 simetrična, dolazimo do istog zaključka, odnosno $b_2(0.5) = 0.5$ (vidi [5]).

U konačnici je stvarno Nashova ravnoteža $s_1{}^* = s_2{}^* = 0.5$. Dokaz jedinstvenosti ćemo ipak ostaviti čitateljima jer je poprilično intuitivan (hint: jedinstvenost se u matematici skoro uvijek dokazuje tako da se pretpostavi suprotno).

Ovaj primjer smo mogli i drugačije postaviti te pretpostaviti da svaki kandidat, umjesto maksimiziranja šanse za pobjedom, želi maksimizirati broj dobivenih glasova. Iako je to na prvi pogled smiješno, matematički gledano je malo drugačija situacija jer su sada isplate:

$$u_1(s_1,s_2) = \begin{cases} \dfrac{s_1+s_2}{2}, & s_1 < s_2 \\ 0.5, & s_1 = s_2 \\ 1 - \dfrac{s_1+s_2}{2}, & s_1 > s_2 \end{cases},$$

$$u_2(s_1, s_2) = 1 - u_1(s_1, s_2).$$

Ipak je utješno da će jedinstvena Nashova ravnoteža opet biti ${s_1}^* = {s_2}^* = 0.5$ (vidi [5]).

Ugledajući se na naš primjer, jednako možemo pretpostaviti da se ideologije kandidata mogu rasporediti od ekstremno lijevog do ekstremno desnog na intervalu $[0,1]$. Što bi to točno podrazumijevalo formalno nije važno, ali ćemo se upravo ovim pitanjem baviti u sljedećoj cjelini kada ćemo strogu matematiku malo ostaviti po strani kako bi elokventnije i detaljnije ušli u ekonomsku teoriju demokracije i Hotellingov model te njegove zanimljive modifikacije.

5.4. Čiste strategije Nashove ravnoteže u igrama s beskonačno mnogo strategija

U igrama gdje prostor strategija nije konačan ponekad posežemo za tehnikama iz optimizacije kako bi izračunali ravnotežu. Ako pretpostavimo da su funkcije korisnosti $u_i(s)$ dvaput derivabilne, koristimo jednostavni diferencijalni račun kako bi došli do rezultata. S obzirom da je najbolji odgovor na s_{-i} maksimizator od $u(s_i, s_{-i})$ nad S_i, dovoljni uvjeti za $s_i \in b_i(s_{-i})$ su:

$$(1)\,\frac{\partial u_i(s_i, s_{-i})}{\partial s_i} = 0, \qquad (2)\;\frac{\partial^2 u_i(s_i, s_{-i})}{\partial {s_i}^2} < 0.$$

Ove uvjete redom zovemo uvjetom prvog reda i uvjetom drugog reda. Važno je napomenuti da iskazani uvjeti nisu ujedno i nužni, odnosno nepostojanje rješavanja sustava preko tih uvjeta ne znači i da ne postoje čiste strategije Nashove ravnoteže. To je slučaj kada isplate protiv s_{-i} nisu kvazikonkavne[3] ili monotono rastu/padaju nad S_i, kada će najbolji odgovor agenta i biti na rubu od S_i. Takve najbolje odgovore zovemo i *rubnim rješenjima*, ali njima se nećemo previše zamarati (vidi [5]).

[3] Kvazikonkavna funkcija f je ona kojoj su gornji nivo skupovi $\{x \in S: f(x) \geq c\}$ konveksni, odnosno za $(\forall c \in \mathbb{R})(\forall x_1, x_2 \in S)(\forall \alpha \in [0,1]): f(x_1) \geq c, f(x_2) \geq c \Rightarrow f(\alpha x_1 + (1-\alpha)x_2) \geq c$

Na tragu prošlog primjera, pretpostavimo sada, prema [9], opću verziju klimatske igre u kojoj svaki igrač odabire koliko će zagađenja emitirati umjesto diskretne odluke hoće li zagađivati ili ne. Šteta svakog zagađivača ovisi o cijeloj količini zagađenja emitiranog od strane svih igrača.

Ova igra ne proučava dinamičke aspekte zagađivanja. Igrači su ovdje države i pretpostavit ćemo da je N skup igrača kardinalnosti n. Neka je s_i emisija države i. Korisnost u_i države i je dana s

$$u_i = \beta_i(s_i) - \phi_i\left(\sum_{j\in N} s_j\right),$$

pri čemu su β_i funkcije benefita emisija i imaju svojstvo da su im prve derivacije strogo pozitivne ($\beta_i' > 0$), a druge derivacije nepozitivne ($\beta_i'' \leq 0$); ϕ_i su funkcije štete emisija i pretpostavljamo da su im prve derivacije strogo pozitivne ($\phi_i' > 0$), a druge derivacije nenegativne ($\phi_i'' \geq 0$). Drugim riječima, marginalna korist emitiranja se smanjuje emitiranjem, dok se marginalna šteta povećava.

Kako bi izračunali Nashovu ravnotežu, prvo računamo najbolje odgovore za državu i za emisiju koju proizvode ostale države. Zato deriviramo korisnosti i imamo

$$\frac{\partial u_i}{\partial s_i} = 0 \;\;\Rightarrow\;\; \beta_i'(s_i) = \phi_i'\left(\sum_{j\in N} s_j\right).$$

Uzevši ovaj rezultat i teorem o implicitnoj funkciji, s_i možemo prikazati kao funkciju emitiranja ostalih država. To je funkcija najboljeg odgovora i pišemo $s_i = b_i(s_{-i})$. Slijedi da je za $j \neq i$

$$\frac{\partial b_i}{\partial s_j} = \frac{\phi_i''}{\beta_i'' - \phi_i''}.$$

Zanimljivo je primijetiti da zbog nenegativnosti od ϕ_i'' i nepozitivnosti od β_i'', posljednja jednakost implicira da ako neke države j reduciraju svoje emisije u usporedbi s

Nashovom ravnotežom, onda je državi i najbolji odgovor povećanje emisije. Jednostavna argumentacija za to je da ako država j smanji svoje emisije, ukupna šteta je manja pa funkcija marginalne štete nije tako strma.

Pretpostavimo da su funkcije benefita emisija i funkcije štete emisija dane s

$$\beta_i(s_i) = b\left(de_i - \frac{1}{2}e_i^2\right), \qquad \phi_i(s_i) = \frac{c}{2}\left(\sum_{j\in N} s_j\right)^2.$$

Tada su emisije Nashove ravnoteže dane s

$$s_i^* = \frac{bd}{b+2c}.$$

Na kraju možemo primijetiti i kada ne bi bilo štete od emitiranja (odnosno kada bi bilo $c = 0$), Nashova ravnoteža bi bila $s_i^* = d$.

Društveno optimalna strategija bi bila

$$s_i^* = \frac{bd}{(b+4c)}.$$

Dakle, Nashova ravnoteža podrazumijeva neke redukcije emisija, ali manje nego što bi to bilo društveno optimalno.

6. EKONOMSKA TEORIJA POLITIČKE AKCIJE U DEMOKRACIJI

Ova cjelina nosi ime po radu Anthonyja Downsa (vidi [1]), s obzirom na njegov doprinos političkoj teoriji igara. Downs je američki ekonomist specijaliziran za javnu politiku i administraciju, a na njega je znatno utjecao već spomenuti Kenneth J. Arrow.

6.1. Model odlučivanja

Većina ekonomista blagostanja i mnogi teoretičari javnih financija implicitno pretpostavljaju da je "adekvatna" funkcija vlade maksimizacija društvenog blagostanja. Za početak, nije potpuno jasno što točno podrazumijeva "društveno blagostanje", niti je postignut dogovor kako ga maksimizirati. Dapače, velika kontroverza o prirodi društvenog blagostanja u "novoj ekonomici blagostanja" je dovela do zaključka Kennetha Arrowa da nijedna racionalna metoda maksimiziranja društvenog blagostanja ne postoji osim ako se ne uvedu jake restrikcije na poredak preferencija individualaca u društvu.

Međutim, čak i kada bi se mogla definirati funkcija društvenog blagostanja i kada bi se postigao dogovor kako je maksimizirati, koje bi razloge vlada imala da je maksimizira? To što bi "trebala" napraviti ne znači da će to i učiniti. Svaki agent u podjeli rada ima svoj privatni motiv i društvenu funkciju. Npr. društvena funkcija rudara je izvlačenje ruda jer to rezultira većom korisnosti za društvo, no njegov motiv za izvršavanjem ovog posla je želja za prihodom, ne želja da poveća korisnost drugima. Jednako tako svi ostali agenti u podjeli rada izvršavaju svoje društvene funkcije primarno kao metodu dostizanja privatnih interesa: uživanje u dohotku, prestižu ili moći. Ovakva analiza zahtijeva pristup koji objašnjava kako vlada donosi akcije koje su rezultat njenih privatnih (sebičnih) motiva.

U izgradnji ovog modela koristit ćemo sljedeće definicije:

1. Vlada je agent u podjeli rada koji ima moć prisiliti sve ostale agente u društvu, to je pozicija "ultimativne" moći u danom području.

2. Demokracija je politički sustav koji ima sljedeće karakteristike:

a) Dvije ili više stranaka se natječe na periodičnim izborima za kontrolu aparata vlasti.

b) Stranka (ili koalicija stranaka) koja osvoji većinu glasova uzima kontrolu aparata vlasti do sljedećih izbora.

c) Stranke koje su izgubile nikada ne pokušavaju spriječiti pobjednike da zauzmu poziciju, niti pobjednici koriste vlast kako bi utjecali na mogućnost gubitnika da se natječu na sljedećim izborima.

d) Svi građani imaju pravo na jedan i samo jedan glas.

Nadalje postavljamo nekoliko potrebnih aksioma:

1. Svaka politička stranka je skup ljudi koji žele zauzeti poziciju samo kako bi uživali u prihodima, prestižu i moći što dolazi s aparatom vlasti.

2. Pobjednička stranka (ili koalicija) ima potpunu kontrolu nad vladinim akcijama do sljedećih izbora. Ne postoje glasovi povjerenja od strane zakonodavnog i glasačkog tijela, tako da vladajuća stranka ne može biti smijenjena prije sljedećih izbora. Također se njenim odlukama nitko ne opire ili ih sabotira beskompromisna birokracija.

3. Vladina ekonomska moć je neograničena. Ona može nacionalizirati sve, privatizirati sve ili odrediti točku balansa između ta dva ekstrema.

4. Jedino ograničenje vladinih moći je da vladajuća stranka ne može ni na koji način ograničiti političku slobodu opozicijskih stranaka ili individualnih građana, osim ako ih ne žele svrgnuti na silu.

5. Svaki agent u modelu - bilo da je riječ o individualcu, stranci ili koaliciji - ponaša se racionalno u svakom trenutku, odnosno pristupa ciljevima tako da minimalno koristi oskudne resurse i poduzima samo one akcije za koje će marginalni povrati premašiti marginalne troškove.

Iz ovih definicija i aksioma proizlazi sljedeća centralna hipoteza: političke stranke u demokraciji formuliraju svoju politiku strogo kao sredstvo dobivanja glasova. Tako se njihova društvena funkcija - formulirati i izvršavati politiku kada su na vlasti - postiže kao nusprodukt njihovih privatnih motiva: pridobivanje prihoda, moći i prestiža bivanjem na poziciji. Ova hipoteza implicira da, u demokraciji, vlada uvijek reagira tako da maksimizira broj glasova koji će dobiti. Efektivno, ona je poduzetnik koji prodaje politiku za glasove umjesto proizvoda za novac. Nadalje, mora se natjecati za glasove s drugim strankama, kao što se dva ili više oligopolista natječu u prodaji na tržištu.

6.2. Analiza modela u svijetu sa savršenim informacijama

Analiza vladinog odlučivanja u svijetu sa savršenim informacijama namijenjena je samo naglašavanju osnovnih poveznica između demokratske vlasti i njenih građana. Ova veza može se iskazati kroz sljedeći skup propozicija:

1. Vladine akcije su funkcija vladinog očekivanja kako će glasači glasovati i strategija opozicije.

2. Vlada očekuje da će glasači glasovati prema (a) promjenama u njihovim prihodima korisnosti koje su rezultat vladine aktivnosti i (b) strategijama opozicijskih stranaka.

3. Glasači zapravo glasaju prema (a) promjenama u njihovim prihodima korisnosti koje su rezultat vladine aktivnosti i (b) alternativama ponuđenim od opozicije.

4. Glasačevi prihodi korisnosti od vladinih akcija ovise o akcijama poduzetim od vlade tijekom izbornog perioda.

5. Strategije opozicijskih stranaka ovise o njihovoj percepciji prihoda korisnosti glasača koje su rezultat vladinih akcija i o akcijama poduzetim od vlade.

Ove propozicije formiraju skup od pet jednadžbi sa pet nepoznanica: očekivani glasovi, dobiveni glasovi, strategije opozicije, vladine akcije i individualni prihodi korisnosti od vladinih akcija.

S obzirom da su građani u našem modelu racionalni, svaki od njih percipira izbore strogo kao način odabira vlade koja je najbolja za njega. Svaki građanin procjenjuje svoj prihod korisnosti koji je rezultat vladinih aktivnosti za svaku stranku kada bi pobijedila na izborima - i na kraju, jasno, glasuje za onu za koju očekuje da će mu donijeti najveći prihod korisnosti. Primarni faktor koji utječe na njegovu procjenu budućih performansi svake stranke nisu obećanja u kampanji o budućnosti, već performanse tijekom perioda koji upravo završava. Tako je njegova odluka o glasovanju utemeljena na usporedbi prihoda korisnosti koju je zapravo dobio od stranke na vlasti i one za koju vjeruje da bi je dobio da je svaka od opozicijskih stranaka bila na vlasti.

Vlada također racionalno donosi odluke, ali njeno ponašanje nije tako lako predvidjeti s obzirom da je uključena u politički rat s opozicijom. Svaka stranka predstavlja agenta u N-članom skupu, odnosno oligopolista koji se uvijek mora prvi posvetiti svakom problemu prije opozicijskih stranaka. S obzirom da je na vlasti, ona mora reagirati svaki put kada se pojavi potreba za donošenjem odluke, ali opozicija, koja nije odgovorna za vlast, može čekati dok se ne stvori pritisak događaja koje bi prisilile vladajuću stranku da se obveže. Zato opozicijske stranke imaju stratešku prednost, a to omogućava da analiza međustranačke borbe bude jednostavnija nego kada bi svaka stranka otkrila svoju strategiju istovremeno.

Međutim, nećemo previše ulaziti u strategije stranaka u savršeno informiranom svijetu jer se većina zaključaka naprosto ne može primijeniti u svijetu s nesavršenim informacijama.

6.3. Analiza modela u svijetu s nesavršenim informacijama

U ovom modelu nesavršene informacije podrazumijevaju (1) da stranke ne znaju uvijek što njihovi građani žele; (2) da građani ne znaju uvijek što su vlada ili opozicija napravili, ili što bi trebali napraviti kako bi udovoljili njihovom interesu; (3) da je informacija potrebna za prevladavanje oba tipa nepoznavanja skupa - drugim riječima, da su potrebi obilati resursi za njenu nabavu i asimilaciju.

Kada uvodimo pretpostavku o savršeno informiranom svijetu, nikakvo nagovaranje ne može prisiliti pojedinca da promijeni mišljenje za koga će glasovati. No, kada se pojavi nepoznavanje, narušava se čisti put od strukture preferencija do odluke o glasovanju. Dok neki pojedinci žele za specifičnu stranku da pobijedi jer im je njihova politika očito najbliža, ostali su jako nesigurni oko toga koju stranku preferiraju. Jednostavno nisu sigurni što im se događa, odnosno što bi im se dogodilo da je druga stranka na vlasti. Potrebno im je još podataka kako bi ustanovili svoje preferencije, pri čemu se pojavljuju agenti koji već preferiraju određenu stranku koji će pomoći ljudima koji žele više informacija time što će im ih pružiti. Međutim, informacije koje će im pružiti su takve da favoriziraju stranku koju i oni podržavaju. Dakle, čak i ako pretpostavimo da ne postoje lažni podaci, neki će agenti utjecati na druge prezentirajući im samo određene pristrane podatke.

Ova mogućnost povlači za sobom nekoliko izvanredno važnih posljedica vezanih uz vladino djelovanje. Prvo, to znači da su neki ljudi politički važniji od drugih, jer mogu utjecati na više glasova nego na što oni sami imaju pravo. S obzirom da je potrebna velika količina resursa da se pribave informacije za neodlučne građane, agenti koji raspolažu tim resursima mogu rukovati s više od proporcionalnog političkog utjecaja. Kako je vlada racionalna, ne može zanemariti ovu činjenicu pri kreiranju politike. Kao rezultat, jednakost prava više ne osigurava mrežnu jednakost utjecaja nad vladinim aktivnostima. Zapravo, iracionalno je da demokratska vlada tretira svoje građane s jednakim priklanjanjem u svijetu u kojem su informacije nesavršene. Drugo, vlada je sama neupućena u što njeni građani žele da napravi. Zato mora poslati izaslanike koji će (1) saslušati biračko tijelo i saznati što ono želi i (2) nagovarati biračko tijelo da je opet treba izabrati. Drugim riječima, manjak informacija pretvara demokratsku vladu u predstavničku vladu jer prisiljava vladajuću stranku da se središnji odbor za planiranje vladajuće stranke oslanja na agente raštrkane širom biračkog tijela. Takva ovisnost rezultira decentralizacijom vladine moći od odbora za planiranje prema agentima. Treća posljedica nesavršenih informacija i potrebe za nagovaranjem je zapravo kombinacija prve dvije. S obzirom da se na glasače može utjecati, pojavljuju se specijalisti koji na njih mogu utjecati. A s obzirom da vlada treba medijatore između sebe i ljudi, neki od tih specijalista će se predstaviti kao "reprezentativci" građanstva. U jednu ruku, oni pokušavaju nagovoriti vladu da je politika za koju se oni zalažu, od koje imaju direktnu korist za sebe, dobra i poželjna od velikog dijela biračkog dijela. U drugu ruku, pokušavaju nagovoriti biračko tijelo da je upravo ta politika poželjna. Tako je jedna od metoda da vlada povjeruje da ih javnost podupire stvaranje povoljnog mišljenja kroz nagovaranje. Iako će racionalna vlada opovrgnuti njihove tvrdnje, ne može ih ignorirati sve zajedno. Njima mora dodijeliti veću proporcionalnu težinju pri kreiranju politike jer su možda uspjeli u stvaranju pogodnog mišljenja u tihoj masi glasača i zato jer njihova buka indicira veliki intenzitet želja.

U osnovi, nejednakost u političkom utjecaju je nužan rezultat nesavršenih informacija, uz danu nejednaku distribuciju bogatstva i primanja u društvu. Kada informacije nisu savršene, efikasna politička akcija zahtijeva korištenje ekonomskih resursa kako bi se zadovoljili troškovi informiranja. Tako oni koji raspolažu takvim resursima imaju veću političku težinu od proporcionalne. Ovaj ishod nije rezultat iracionalnosti ili nepoštenja. Baš suprotno, lobiranje je u demokraciji jako racionalan odgovor na nedostatak savršenih informacija, kao i vladino podilaženje potrebama lobista. Pretpostaviti suprotno bi značilo ignorirati postojanje troška informacija. Nesavršene informacije tako omogućuju nejednaku distribuciju prihoda, pozicija i utjecaja.

6.4. Ideologija

S obzirom da stranke u ovom modelu nemaju interes za stvaranjem određenog tipa društva, univerzalna prevlast ideologija naizgled opovrgava početnu hipotezu. Ali u kompleksnom društvu, samo vremenski trošak za usporedbu razlika politika među strankama je zapanjujući. Nadalje, građani nemaju uvijek dovoljno informacija kako bi ocijenili razlike kojih su svjesni. Nisu ni svjesni unaprijed s kojim će se problemima vlada vjerojatno morati boriti u sljedećem izbornom periodu. Pod tim uvjetima, mnogi glasači pronalaze stranačke ideologije jako korisnima jer time uklanjaju nužnost za povezivanjem sa svakim problemom na vlastiti koncept "dobroga društva".

Ideologije pomažu u fokusiranju na razlikama među strankama. Dakle, one mogu biti uzete kao primjerci svih različitih stajališta. Nadalje, ako glasač pronađe korelaciju između ideologije svake stranke i njene politike, onda može racionalno glasovati uspoređujući ideologiju prije nego političku platformu. U oba slučaja može drastično reducirati svoj izdatak za političko informiranje tako što će se informirati o ideologijama umjesto o brojnim problemima. Tako manjak informacija stvara potražnju za ideologijama u biračkom tijelu. Kako političke stranke žele dobiti glasove bilo kojom metodom, one će stvoriti odgovarajuću ponudu. Svaka stranka stvara ideologiju kako bi privukla glasače koji žele smanjiti trošak informiranja tako što će glasovati sukladno ideologiji.

Kako bi podrobnije ušli u analizu stranačkih ideologija, uvest ćemo prostorne političke akcije pomoću hotellingovog modela. Ova se verzija Hotellingovog prostornog tržišta sastoji od linearne skale koja ide od 0 do 100 u standardnom slijeva-nadesno stilu. Kako bi to učinili politički značajnim pretpostavljamo sljedeće:

1. Političke stranke u svakom društvu se mogu svrstati slijeva nadesno na način na koji se dogovore svi glasači.

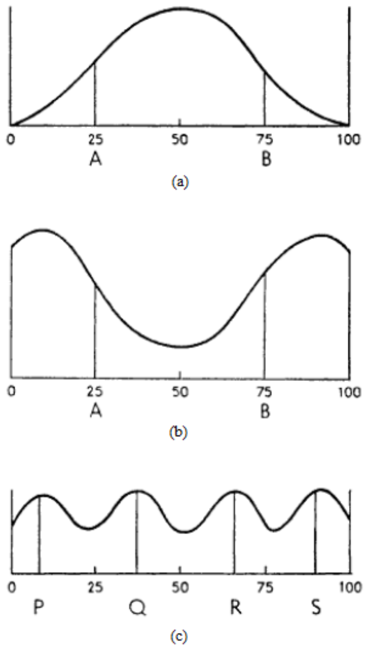
2. Sve preferencije glasača su sa jednim vrhom u jednom trenutku skale, a onda monotono padaju s obje strane vrha (osim ako se ne nalazi na samom rubu skale).

3. Distribucija frekvencija glasača duž skale je promjenjiva od društva do društva, ali je fiksirana za svako pojedino društvo.

4. Nakon što se jednom pozicionira na skali, politička se stranka može ideološki pomicati ulijevo ili udesno, ali ne preko najbliže stranke prema kojoj se pomiče.

5. U dvostranačkom sistemu, ako se ijedna stranka pomakne dalje od ekstrema kojemu je bliža prema drugoj stranci, glasači koji su ekstremisti bi mogli apstinirati od glasovanja jer neće vidjeti značajnu razliku među ponuđenim strankama.

Pod ovim uvjetima Hotellingov zaključak da stranke u dvostranačkom sistemu konvergiraju prema centru ne mora nužno biti ispravan. Ako su glasači distribuirani duž skale kao na slici 9.(a), onda je Hotelling u pravu. Pod pretpostavkom da stranka A počinje u poziciji 25, a stranka B u poziciji 75, obje se pomiču prema 50, s obzirom da obje mogu dobiti više glasova na centru nego što će ih izgubiti u ekstremima zbog apstinencije. Međutim, ako je dana distribucija kao na slici 9.(b), dvije stranke će divergirati prema ekstremima prije nego konvergirati prema centru. Obje će stranke dobiti više pomicanjem prema radikalnim pozicijama nego prema centru.



Slika 9. Distribucije glasača (vidi [1])

Ovakvo rasuđivanje implicira da stabilna vlada u dvostranačkom sustavu zahtijeva distribuciju glasača koja će barem grubo aproksimirati normalnu krivulju. Kada takva distribucija postoji, dvije stranke nalikuju jedna drugoj. Tada, ako jedna stranka zamijeni drugu na vlasti, politika se drastično ne mijenja i većina glasača je locirana relativno blizu središnje pozicije bez obzira koja je stranka na vlasti. Ali kada je biračko tijelo polarizirano kao na slici 9.(b), promjena stranke uzrokuje radikalnu promjenu politike i bez obzira koja je stranka na vlasti, pola biračkog tijela uvijek osjeća da druga polovica nameće politiku koja je njima neprihvatljiva. U ovoj situaciji, ako se jedna stranka stalno reizabire, nezadovoljne pristaše druge stranke će se vjerojatno pobuniti, a ako dvije stranke alterniraju na vlasti doći će do socijalnog kaosa jer će se vladina politika mijenjati iz jednog ekstrema u drugi. Tako demokracija ne dovodi do efikasne i stabilne vlasti kada je biračko tijelo polarizirano. Ili se distribucija mora promijeniti ili će se demokracija zamijeniti tiranijom u kojoj će jedan ekstrem imponirati svoju volju nad drugim. Hotellingov originalni model je ograničen na dvije firme (stranke) jer, kada se pojavi treća, dvije koje su prije konvergirale k centru skaču na stranu kako bi se izbjeglo gušenje. Taj se promijenjeni model može primijeniti u višestranačkim sistemima bez da rezultiraju u neravnoteži. Višestranački sustavi najvjerojatnije postoje kada je distribucija birača multimodalna, kao na slici 9.(c). Različita stranka se formira za svaki modalitet i svaka je stranka motivirana da ostane na svom modalitetu te da se odvoji od drugih susjeda što je više moguće. Ako se pomakne ulijevo kako bi dobila glasove, onda gubi onoliko glasova na desnici (ili ih gubi zbog apstiniranja ako je ekstremistička stranka na desnom rubu), i obrnuto. Slijedi da je njen optimalni put ostati gdje je i spriječiti ostale stranke od prilaženja. U višestranačkom sustavu, dakle, nalazimo uvjete suprotnima od onih u održivom dvostranačkom sustavu. Dok se u višestranačkom sustavu stranke povezuju s određenom ideološkom pozicijom, u dvostranačkom sustavu se obje stranke pomiču prema centru da nalikuju što više jedna na drugu. Ovaj zaključak implicira da glasači u višestranačkom sustavu imaju širi raspon izbora od onih u dvostranačkom sustavu i da je svaki izbor pritom vezan uz neku ideološku poziciju. Tako nalikuje da biračko tijelo ima znatno veću funkciju u višestranačkom sustavu nego u dvostranačkom, jer je samo u višestranačkom sustavu bitna razlika u tome koja će stranka biti izabrana.

Međutim, izgled je varljiv u politici, jer će u stvari vlada u višestranačkom sustavu vjerojatno imati slabo održiv, manje koherentan i slabije integriran program od vlade u dvostranačkom sustavu. Ovaj paradoksalni rezultat nastaje iz nužnosti u većini višestranačkih sustava da se formira koalicijska vlada. S obzirom da su glasači raspoređeni duž nekolicine modula, rijetko kada jedna stranka dobije podršku većine koja je izašla na izbore. Zadnji hrvatski parlamentarni izbori na kojima je samo jedna stranka ostvarila dovoljan broj mandata da sama sastavi vladu održani su davne 1995. godine. Danas[4] vladu podržava 8 stranaka, uz dodatnih 8 zastupnika nacionalnih manjina.

[4] 10.2.2018.

6.5. Politička ravnoteža

Ima li politički sustav dvije ili više stranaka ovisi o distribuciji glasača duž skale i izbornim pravilima koja trenutno vrijede. Kako bi demonstrirali ovaj koncept dualne ovisnosti, koristit ćemo koncept političke ravnoteže. Stanje političke ravnoteže postoji kada se nijedna nova stranka ne može formirati i kada nijedna postojuća stranka nije motivirana da se pomakne iz trenutnog položaja.

Granični broj novih stranaka koje se mogu formirati proizlazi iz definicije uspjeha kao mogućnosti da se dobije dohodak, moć ili ugled koji dolaze s pozicijom, odnosno mogućnosti da se bude izabran. Ako ustav propisuje izbore zakonodavnog tijela preko proporcionalne reprezentacije, odnosno izbor vlade preko zakonodavnog tijela, onda može biti formirano puno stranaka jer će svaka dana stranka moći ostvariti da barem nekolicina njenih članova bude izabrana tako što će pridobiti podršku malog dijela glasača. Nakon što su izabrani, ti članovi imaju priliku sudjelovati u formiranju vlasti, odnosno u plodovima vladajuće pozicije. Taj broj je ograničen samo brojem ukupnog broja mandata zakonodavnog tijela i nužnošću za formuliranjem ideologija dovoljno različitih od onih postojećih stranaka kako bi pridobili glasove. Nove stranke će se nastaviti formirati dok distribucija glasača ne postane "zasićena", odnosno dok ne ponestane ideološkog "prostora" između postojećih stranaka.

U konačnici, politička stabilnost, odnosno političke pozicije i stabilnost vlade su relativno neovisne o broju stranaka. One slijede prvenstveno iz prirode distribucije glasača na skali slijeva-nadesno. Ako je većina glasača okupljena oko uskog opsega te skale, demokratska vlast će vjerojatno biti stabilna i učinkovita, bez obzira koliko stranaka postoji. Kao što je već istaknuto, vlada može formulirati skup politika koji će biti privlačan većini glasača, a da svejedno ne sadržava politiku koja utjelovljuje jako različita stajališta. Međutim, ako vlada može dobiti podršku samo tako što će posvojiti raštrkani skup politika izabran sa velikog raspona stajališta, te politike će međusobno pobijati jedna drugu i vladina mogućnost da riješi socijalne probleme će biti mala. Tako distribucija glasača, koja je varijabla za sebe u dugom roku, određuje hoće li ili ne demokracija dovesti do učinkovite vlasti.

Prije nego krenemo na sljedeće poglavlje, vratimo se na domaću političku scenu i analizirajmo rezultate zadnjih parlamentarnih izbora održanih 2016. godine, odnosno usporedimo ih s rezultatima izbora iz 2015. godine. S obzirom da se ne vraćamo u daleku prošlost, možemo se sjetiti relativno napete i dramatične situacije 2015. godine i dugih postizbornih pregovora o formiranju vlade. Na te je izbore izašlo 60,82% birača, HDZ-ova koalicija je dobila ukupno 771.070 glasova, dok je SDP-ova dobila ukupno 744.507 glasova. Na sljedeće izbore je zato izašlo 52,59% birača (čak 8,23% manje) te je HDZ-ova koalicija dobila 682.687 glasova, a SDP-ova je dobila 636.602 glasa. Iako je na drugim parlamentarnim izborima HDZ-ova koalicija uvjerljivo relativno pobijedila SDP-ovu, fokus je trenutno na dvije važne stvari. Prvo, u deset mjeseci razlike između izbora, izlaznost je dramatično pala. Drugo, obje velike koalicije su dobile manji broj glasova, svaka oko 100.000. Dakle možemo opravdano tvrditi da su se dvije najveće koalicije pomakle na našoj skali, odnosno da se SDP-ova koalicija pomakla relativno udesno, a da se HDZ-ova pomakla relativno ulijevo. Postoji nekoliko argumenata koji mogu potkrijepiti ovu tvrdnju: Za SDP su to npr. koalicija sa HSS-om, dotadašnjim vjernim koalicijskim partnerom HDZ-a i objavljene tajne snimke neposredno pred izbore, dok je za HDZ to bila promjena predsjednika stranke, ali i koalicija bez HSP AS-a, stranke za koju možemo reći da je u hrvatskim okvirima pozicionirana desnije od samog HDZ-a.

Slijedom navedenog možemo pretpostaviti i da je distribucija hrvatskih glasača bliža distribuciji koja je prikazana slikom 9.(b) nego onoj prikazanom slikom 9.(a). Dodatni argument u korist te tvrdnje, osim učestalih medijskih natpisa medija o polarizaciji i podijeljenosti hrvatskog društva, jesu rezultati lokalnih izbora 2017. godine u gradu Zagrebu. Iako je nezahvalno uspoređivati lokalne i parlamentarne izbore, ponajviše zbog same naravi izbora, možemo barem pogledati što kažu brojevi u najvećoj jedinici lokalne samouprave. U ovom poglavlju smo spomenuli da će doći do pojave novih stranaka ako za njih postoji ideološki prostor. Tako smo 2016. godine mogli pretpostaviti da se oslobodio prostor uz lijevi i desni rub naše skale. Danas u Gradskoj skupštini Grada Zagreba klub zastupnika SDP-ove koalicije ima 8 zastupnika, HDZ-ov klub broji 7 zastupnika, klub zastupnika lijevog bloka ima 4 zastupnika, a klub "Neovisni za

Hrvatsku" njih 5. Dakle, očito je na lokalnim izborima postojala potražnja za strankama za koje bi mogli reći da su ljevije od SDP-a, odnosno desnije od HDZ-a.

Analizirajmo također zadnje parlamentarne izbore s naglaskom na regionalne stranke poput IDS-a i HDSSB-a[5]. Često je argument za podjelu države na deset izbornih jedinica taj što daje veće šanse regionalnim strankama da uđu u parlament, odnosno da budu reprezentativnije u njemu. Provjerimo zato je li to uistinu tako jednostavnom usporedbom broja mandata koji su stvarni i onih koji bi bili dodijeljeni da je cijela država samo jedna izborna jedinica. U ovom slučaju pretpostavljamo da bi sve stranke dobile jednak broj glasova neovisno o broju izbornih jedinica. Također ćemo promatrati ujedinjene izborne jedinice na području Hrvatske s onom za dijasporu u kojoj regionalne stranke tradicionalno ne ostvaruju veće uspjehe, zbog čega ćemo i pretpostaviti da ne postoji propisani izborni prag. *Izborni prag* je minimalni postotak glasova koje neka stranka ili neovisna lista mora osvojiti u nekoj izbornoj jedinici da bi mogla sudjelovati u raspodjeli mandata. Ta pretpostavka će nam biti važna jer ćemo pogledati i situaciju ako bi on bio isti kao što je trenutni. Pogledajmo tablicu dobivenih glasova na izborima 2016. godine i adekvatnu raspodjelu mandata zajedno s hipotetskom raspodjelom mandata da je Hrvatska jedna izborna jedinica.

Stranka/Koalicija	Broj osvojenih glasova	Broj dobivenih mandata	Hipotetski broj dobivenih mandata
HDZ-ova koalicija	682.687	61	56
SDP-ova koalicija	636.602	54	53
Most	186.626	13	15
Koalicija oko Živog zida	117.208	8	9
IDS-ova koalicija	43.180	3	3
Koalicija oko stranke Bandić Milan	76.054	2	6
HDSSB	23.573	1	1
Lista Željka Glasnovića	5.211	1	0

Tablica 8. Dobiveni glasovi i raspodjela mandata bez izbornog praga

[5] Podatak iz Državnog izbornog povjerenstva, 10.12.2017.

Iz tablice možemo vidjeti da bi i IDS-ova koalicija i HDSSB, neovisno o broju izbornih jedinica, dobili jednak broj mandata. Naravno, pretpostavka da bi stranke i koalicije dobile jednak broj glasova neovisno o broju izbornih jedinica nije dobra, ali svakako možemo zaključiti da, s obzirom na razmjerni D'Hondtov postupak, ali i činjenicu da smo u analizu uključili i izbornu jedinicu za dijasporu, odstupanje u broju mandata vjerojatno ne bi bilo veliko za ove regionalne stranke.

Pogledajmo sada u sljedećoj tablici što bi se dogodilo kada bi izborni prag bio 5%. Stranke, odnosno liste koje ne bi prešle prag su označene crvenom bojom.

Stranka/Koalicija	Broj osvojenih glasova	Broj dobivenih mandata	Hipotetski broj dobivenih mandata
HDZ-ova koalicija	682.687	61	61
SDP-ova koalicija	636.602	54	56
Most	186.626	13	16
Koalicija oko Živog zida	117.208	8	10
IDS-ova koalicija	43.180	3	0
Koalicija oko stranke Bandić Milan	76.054	2	0
HDSSB	23.573	1	0
Lista Željka Glasnovića	5.211	1	0

Tablica 9. Dobiveni glasovi i raspodjela mandata s izbornim pragom

Vidimo da su u ovom slučaju ipak regionalne stranke veliki gubitnici izbora. Međutim, valja naglasiti da tamo gdje je zemlja jedna izborna jedinica osigurava se visok stupanj razmjernosti, a povećanje broja jedinica smanjuje stupanj razmjernosti, ali i fragmentaciju parlamenta. Zato baš u takvim izbornim sustavima obično postoji izborni prag $(1-3\%)$ kojim se onemogućuje potpuna fragmentacija parlamenta. U Hrvatskoj on iznosi 5%, u Izraelu 2%, a u Turskoj visokih 10%. Što više raste broj izbornih jedinica, to je sustav manje razmjeran, jer se povećava realan izborni prag za ulazak u parlament, ali se smanjuje fragmentacija parlamenta (vidi [7]).

7. BAYESOVE IGRE U NORMALNOJ FORMI

U normalnoj formi igre koje su prije razmatrane nije bilo nesigurnosti. Agenti poznaju vlastite isplate i isplate njihovih protivnika. Preciznije, cijela struktura igre je koncipirana na takozvanom općem znanju - svaki igrač poznaje sve detalje igre i svaki igrač zna da svi ostali igrači poznaju sve detalje igre. Međutim, u mnogim postavkama ova pretpostavka nije primjerena i možemo naslutiti da su zanimljive strategije stvorene zbog nesigurnosti (vidi [5]).

U ovom poglavlju razvijamo alate za analizu bogatijih modela koji uključuju agente koji ne znaju isplate drugih igrača. Ta postavka se zove nepotpuna informacija. Standardna praksa je da pretvorimo takvu igru u onu gdje izmišljeni igrač (priroda) igra prvi stvarajući funkcije korisnosti agentima iz vjerojatnosne distribucije koja je poznata igračima. Slijedeći taj nacrt, agenti simultano biraju svoju akciju. Ovaj pristup je poznat kao nesavršena informacija.

7.1. Formalne definicije

Sada, prema [5], modificiramo našu osnovnu strukturu normalne forme Γ kako bi uključili i nesavršene informacije o tipovima igrača i isplate koje ovise o dodatnoj slučajnosti. Počinjemo tako što dodajemo formi Γ tipove igrača i poznatu lutriju nad tipovima i dodatnu varijablu slučajnog stanja.

1) Tipovi: Pretpostavljamo da za svakog igrača $i \in N$ postoji konačan skup Θ_i mogućih tipova. Sa θ_{-i} i Θ_{-i} označavamo profil (i skup profila) tipova za sve igrače osim i.

2) Slučajno stanje: Dodatno uvodimo slučajnu varijablu $\omega \in \Omega$ (za kojeg pretpostavljamo da je skup konačnih stanja).

3) Prirodna slučajnost: Na početku igre priroda odabire vektor tipova igrača $\theta = (\theta_1, \ldots, \theta_n) \in \Theta = \prod_{i \in N} \Theta_i$ i $\omega \in \Omega$ iz zajedničke lutrije dodjeljujući svakom paru (θ, ω) vjerojatnost $p(\theta, \omega)$. S $p(\theta_{-i}, \omega | \theta_i)$ označavamo uvjetnu vjerojatnost od θ, ω uz dano θ_i.

4) Strategije: Svaki igrač bira akciju s_i iz skupa S_i.

Očekivane korisnosti: Za svaki strateški profil s, tip θ_i i stanje ω agent i ima korisnost $u_i(s_i, s_{-i}, \theta_i, \omega)$. Uz dani tip θ_i, očekivana uvjetna korisnost agenta i iz strateškog profila s je dana s

$$Eu_i(s; \theta_i) = \sum_{\omega \in \Omega} p(\theta_{-i}, \omega | \theta_i) u_i(s, \theta_i, \omega).$$

Slijedom svega navedenog, normalna forma Bayesove igre je definirana kolekcijom: $\langle N, \Omega, \{S_i, \Theta_i, u(\cdot, \ldots, \cdot)\}_{i \in N}, p(\cdot, \cdot)\rangle$, odnosno skraćeno $\langle N, \Omega, S, \Theta, u, p\rangle$. (McCarty i Meirowitz, 2007.)

Definicija 7.1.1. Uz danu normalnu formu Bayesove igre $\langle N, \Omega, S, \Theta, u, p\rangle$, Bayesova Nashova ravnoteža je profil strategija $(\phi_1^*(\cdot), \ldots, \phi_n^*(\cdot))$ takav da za svaki $i \in N$ i svaki $\theta_i \in \Theta_i$ vrijedi

$$EU_i(\phi_i^*(\theta_i), \phi_{-i}^*(\cdot); \theta_i) \geq EU_i(s_i', \phi_{-i}^*(\cdot); \theta_i) \ \forall s_i' \in S_i.$$

7.2. Primjena: Izbori pod nesigurnošću

Vratimo se sada na Hotellingov model natjecanja kandidata i razmotrimo dva ekstrema. Prvo pretpostavljamo da su poznate preferencije kandidata (kandidati imaju idealne točke u 0 i 1), ali umjesto da znamo da su glasači raspoređeni uniformno duž intervala, pretpostavljamo da kandidati vjeruju da je pozicija medijanskog glasača slučajno dana na uniformnoj distribuciji [0,1]. Da formiramo ovaj problem kao Bayesovu igru, neka je $\Omega = [0,1]$ skup mogućih lokacija medijanskog glasača. S obzirom da su preferencije kandidata opće poznate, u ovom su primjeru prostori tipova singularne. Tako je sva nesigurnost u igri obuhvaćena vjerojatnosnom distribucijom $F(\omega) = \omega$ na [0,1]. Pretpostavimo da su preferencije kandidata nad politikama kvadratične, odnosno pretpostavimo da je $u_1(x) = -x^2$ i $u_2(x) = -(1-x)^2$.

Uz dane dvije platforme $s_1 < s_2$, kandidat 1 pobjeđuje ako je medijanski glasač bliži s_1 nego s_2. Ovo je istina ako je medijan manji od $\frac{s_1+s_2}{2}$. S obzirom da je medijan uniformno distribuiran, kandidat 1 pobjeđuje s vjerojatnosti $\frac{s_1+s_2}{2}$. U ovom slučaju, očekivane korisnosti kandidata su

$$Eu_1(s_1,s_2) = \begin{cases} -s_1^2 \dfrac{s_1+s_2}{2} - s_2^2\left(1-\dfrac{s_1+s_2}{2}\right), & s_1 < s_2 \\ -s_2^2 \dfrac{s_1+s_2}{2} - s_1^2\left(1-\dfrac{s_1+s_2}{2}\right), & s_1 > s_2 \end{cases},$$

$$Eu_2(s_1,s_2) = \begin{cases} -(1-s_1)^2 \dfrac{s_1+s_2}{2} - (1-s_2)^2\left(1-\dfrac{s_1+s_2}{2}\right), & s_1 < s_2 \\ -(1-s_2)^2 \dfrac{s_1+s_2}{2} - (1-s_1)^2\left(1-\dfrac{s_1+s_2}{2}\right), & s_1 > s_2 \end{cases}.$$

Kako bi konstruirali ravnotežu, pretpostavimo da kandidat 1 zna da će se kandidat 2 locirati na $z \geq \frac{1}{2}$. Onda kandidat 1 bira s_1 kako bi optimizirao

$$\max_{s_1}\{-s_1^2\frac{s_1+z}{2} - z^2\left(1-\frac{s_1+z}{2}\right)\}.$$

Primijetimo da možemo ignorirati mogućnost odabira $s_1 > z$ jer je ta strategije uvijek dominirana od $s_1 = z$. Kako bi našli optimalni odabir s_1, možemo derivirati funkciju cilja po s_1 i izjednačiti tu derivaciju s nulom. Uvjet prvog reda je dakle

$$-\frac{3}{2}{s_1}^2 - zs_1 + \frac{z^2}{2} = 0.$$

Rješavanje ove jednadžbe daje dva rješenja, ali samo je jedno u dozvoljenom intervalu [0,1]. Ovo rješenje onda daje funkciju najboljeg odgovora,

$$s_1(s_2) = \frac{s_2}{3}.$$

Kako bi provjerili da je ovo rješenje uistinu lokalni maksimum, moramo provjeriti da je druga derivacija funkcije cilja negativna za dane vrijednosti. Uvjet drugog reda se pojednostavljuje do $-2s_2$ što je negativno za sve $s_2 \in [0,1]$.

Analogno, ako uzmemo s_1 kao fiksni parametar $z \leq \frac{1}{2}$, možemo derivirati funkciju cilja kandidata 2 kako bi našli optimalni $s_2 \in [z, 1]$,

$$\max_{s_2}\{-(1-z)^2 \frac{z+s_2}{2} - (1-s_2)^2 \left(1 - \frac{z+s_2}{2}\right)\}.$$

Rješenje koje možemo provjeriti na isti način kao prije, odnosno funkcija najboljeg odgovora, sada je

$$s_2(s_1) = \frac{2}{3} + \frac{s_1}{3}.$$

Bayesova Nashova ravnoteža je sada strateška kombinacija (s_1^*, s_2^*) koja je rješenje sustava

$$s_1{}^* = \frac{s_2{}^*}{3}$$

$$s_2{}^* = \frac{2}{3} + \frac{s_1{}^*}{3}$$

Jedinstveno rješenje ovog sustava je $s_1{}^* = \frac{1}{4}$, $s_2{}^* = \frac{3}{4}$. Dakle, osim što možemo zaključiti da je Hotellingov model svojevrsni lajtmotiv ovog rada, vidimo da je s našim postavkama divergencija kandidata očekivana (vidi [5]).

8. IGRE U EKSTENZIVNOJ FORMI

Reprezentacije igara u normalnoj formi su statične tako što svi igrači biraju svoje strategije simultano. Međutim, mnoge primjene u političkim znanostima uključuju igrače koji biraju strategije postepeno ili u više koraka. Vidjet ćemo da je ove igre moguće modelirati u normalnoj formi, no često je korisnije modelirati ih u ekstenzivnoj formi.

8.1. Stablo igre

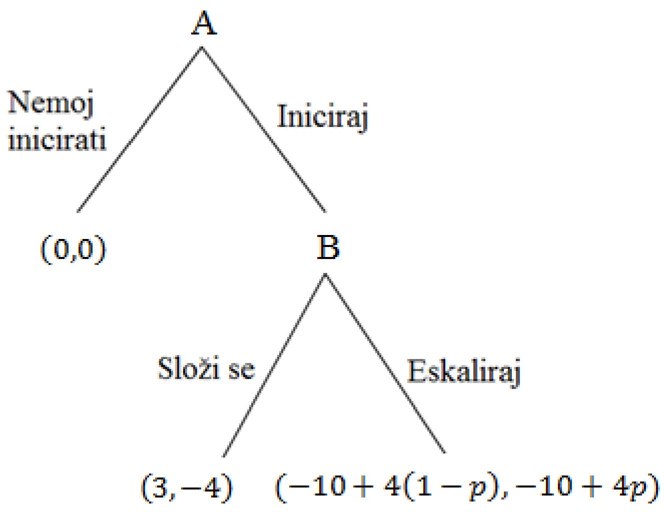
Za početnu motivaciju uzmimo za primjer primjenu u međunarodnim odnosima (vidi [5]). Pretpostavimo da imamo dvije države, A i B, koje su uključene u spor oko teritorija. Svaka sličnost sa stvarnim odnosima je slučajna, ali svakako čini ovaj primjer zanimljivijim, a i namjera ovog diplomskog rada nikako nije izazvati rat sa susjednim državama. Dakle, pretpostavimo da B kontrolira sporni teritorij pa prvi korak igre podrazumijeva odluku A hoće li započeti konflikt tako da premjesti vojsku u tu regiju. Nakon razmatranja hoće li A započeti, B zatim odlučuje hoće li se prešutno složiti i prepustiti A kontrolu ili će eskalirati u pokušaju da protjera vojsku A sa teritorija. Ako se odluči na eskaliranje, uspješno protjeruje A s vjerojatnosti p.

Pretpostavljamo također da, osim resursa na području spornog teritorija, svaka država posjeduje nacionalno bogatstvo od a_0 i b_0 jedinica i da je regija vrijedna dodatne 4 jedinice nacionalnom bogatstvu svake države. Invazija države A košta jednu jedinicu pod uvjetom da B ne napada. Međutim, eskalacija države B košta svaku državu 10 jedinica. Sljedeća tablica prikazuje isplate za svaki od mogućih ishoda.

Ishod	Isplata
Ako $\boldsymbol{A}$ ne inicira	$(a_0, b_0 + 4)$
Ako $\boldsymbol{A}$ inicira i $\boldsymbol{B}$ se složi	$(a_0 + 3, b_0)$
Ako $\boldsymbol{A}$ inicira i $\boldsymbol{B}$ eskalira	$(a_0 - 10 + 4(1 - p), b_0 - 10 + 4p)$

Tablica 10. Ishodi i isplate u ratnoj igri

Pretpostavimo da ćemo modelirati ovu igru u normalnoj formi gdje A bira hoće li inicirati, a B bira hoće li se složiti ili ekalirati. U tom bi slučaju ignorirali činjenicu da B zna izbor države A kada donese odluku. Bolji način reprezentacije ove igre je koristeći *stablo igre* kao na slici 10.



Slika 10. Stablo igre

Stablo igre se sastoji od *čvorova* koji predstavljaju sve dosadašnje odluke. Alternativno, kažemo da čvorovi predstavljaju povijest. Inicijalni čvor na početku predstavlja da se ništa nije dogodilo. Na svakom čvoru postoje *grane* koje predstavljaju akcije koje su dostupne igraču koji bira na tom čvoru. Svaka od tih grana vodi do čvora sljedećeg koraka. Kraj igre je predstavljen terminalnim čvorovima koji određuju isplate za svakog igrača.

Na inicijalnom čvoru naše ratne igre A donosi odluku na kojem su dvije grane koje se podudaraju s Iniciraj i Nemoj inicirati. Na svakom od subsekventnih čvorova B donosi odluku hoće li se Složiti ili će Eskalirati. na svakom od termalnih čvorova su označene odgovarajuće isplate.

Kao što se matrica koristi za reprezentaciju normalne forme igre, stablo igre je reprezentacija ekstenzivne forme. Elementi ekstenzivne igre su:

1) Skup agenata N.

2) Skup povijesti igre H. Elementi skupa H korespondiraju čvorovima stabla igre. H^T je skup terminalnih povijesti. Prema konvenciji, inicijalni čvor je prezentiran s $H^0 = \{\phi\}$.

3) Smještanje na mapi $p(h): H \backslash H^T \to N$ dodjeljuje svakoj od neterminalnih povijesti h agenta koji mora odnijeti odluku u h.

4) Skup akcija $A(h)$ koje $p(h)$ može poduzeti s obzirom na odgovarajuću povijest h. One mogu uključivati slučajnosti nad akcijama.

5) Skupovi informacija $I \subseteq H \backslash H^T$ koji tvore particiju skupa povijesti. Ako je $h \in I$, $p(h)$ nije siguran je li u čvoru h ili nekom drugom čvoru $h' \in I$. U gornjoj igri, svaki igrač zna povijest kada treba igrati tako da svaki skup informacija sadrži jedan element. Ovakve događaje nazivamo igrama s potpunim i savršenim informacijama (ili jednostavno savršenim informacijama).

6) Isplate U, lista Bernoullijevih funkcija korisnosti $u_i(h): H^T \to \mathbb{R}$ za svaki $i \in N$.

Tako je konačna igra u ekstenzivnoj formi Γ^E kolekcija $\langle N, H, p(\cdot), U \rangle$. U ekstenzivnoj formi, strategija je potpun plan akcija. Dakle, ona specificira ostvarive akcije za igrača u svakoj povijesti u kojoj igrač može biti prozvan da igra. Formalna definicija strategije je sljedeća (vidi [5]).

Definicija 8.1.1. Uz danu igru u ekstenzivnoj formi Γ^E, strateški profil za igrača $i \in N$ je smještanje na mapi $s_i(h): H_i \to A(h)$. Strateški profil je smještanje na mapi $s(h): H \backslash H^T \to A(h)$.

Uz ovako danu definiciju, možemo specificirati strateške profile za oba igrača. S obzirom da država A donosi odluku samo u inicijalnom čvoru, njen je skup strategija $\{Iniciraj, Nemoj\ inicirati\}$. Međutim, strategije države B moraju biti uvjetovane svakom poviješću (vidi [5]). Tako B mora odabrati među sljedećim strategijama:

$\langle Uvijek\ se\ složi \rangle$, $\langle Uvijek\ eskaliraj \rangle$, $\langle Eskaliraj\ ako\ inicira, inače\ se\ složi \rangle$, $\langle Složi\ se\ ako\ inicira, inače\ eskaliraj \rangle$.

Sada, nakon što smo specificirali strategije, lako možemo vidjeti da možemo reprezentirati ovu igru u normalnoj formi.

$B\backslash A$	$Iniciraj$	$Nemoj\ inicirati$
$\langle Uvijek\ se\ složi\rangle$	(a_0+3, b_0)	(a_0, b_0+4)
$\langle Uvijek\ eskaliraj\rangle$	$(a_0-10+4(1-p), b_0-10+4p)$	(a_0-10, b_0-6)
$\langle Eskaliraj\ ako\ inicira, inače\ se\ složi\rangle$	$(a_0-10+4(1-p), b_0-10+4p)$	(a_0, b_0+4)
$\langle Složi\ se\ ako\ inicira, inače\ eskaliraj\rangle$	(a_0+3, b_0)	(a_0-10, b_0-6)

Tablica 11. Normalna forma ratne igre

S ovakvom reprezentacijom lako možemo vidjeti da postoje tri Nashove ravnoteže. Prve dvije su strateški profili:

$$(Iniciraj, \langle Uvijek\ se\ složi\rangle) \text{ i } (Iniciraj, \langle Složi\ se\ ako\ inicira, inače\ eskaliraj\rangle)$$

Svaka od tih predviđa da će A napasti spornu regiju i da B neće odgovoriti. Treća Nashova ravnoteža je profil:

$$(Nemoj\ inicirati, \langle Eskaliraj\ ako\ inicira, inače\ se\ složi\rangle)$$

Naravno, treća ravnoteža predviđa da će se A odvratiti od ulaska u spornu regiju pod prijetnjom da će B eskalirati.

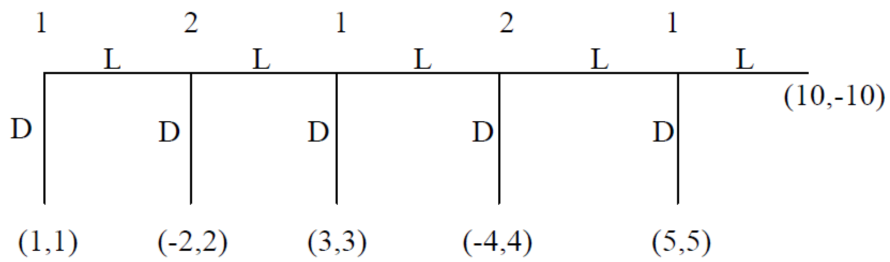
Ovaj primjer nam pokazuje neka ograničenja koncepta Nashove ravnoteže u dinamičnim igrama. Posebno, očekivanja u drugoj i trećoj ravnoteži su na određen način nevjerojatna. Razmotrimo drugu ravnotežu. Pretpostavimo je da država A prebjegla iz strategije ravnoteže i odlučila ne inicirati. Ravnoteža tada zahtijeva da B eskalira iako A nije inicirala. Očito je za B gore da ostvari svoju strategiju. Tako Nashova ravnoteža dopušta ponašanje koje nije racionalno za povijesti koje "nisu na putu ravnoteže" (vidi [5]).

8.2. Indukcija unazad

Najčešći način rješavanja dinamičkih igara sa savršenim informacijama prema [5] je preko indukcije unazad. U indukciji unazad pretpostavljamo da će zadnji igrač odabrati akciju na svakom čvoru koja će maksimizirati njegovu korisnost. Predzadnji igrač će zatim odabrati svoje akcije optimalno znajući da će zadnji igrač odabrati optimalne akcije na svakom čvoru. Taj proces će se nastaviti dok svaki igrač ne odabere optimalno, pod pretpostavkom da će svi igrači u budućnosti birati optimalne akcije na svakoj povijesti.

Lako možemo primijeniti indukciju unazad na našu konfliktnu igru. Prvo zahtijevamo da B donese optimalne izbore na svakom čvoru. Na čvoru $Iniciraj$, B očito dobiva veću korisnost ako odabere $Priznaj$. Isto je istina na čvoru $Nemoj\ inicirati$, tako da A zna da će B uvijek $priznati$. Uz ovako dane informacije, A optimalno bira $Iniciraj$. Tako je rješenje indukcijom unazad $(Iniciraj, \langle \mathit{Uvijek\ se\ složi} \rangle)$ - Nashova ravnoteža koja nije uključivala sekvencijalno iracionalno ponašanje (vidi [5]).

Prije nego formalno opišemo indukciju unazad i krenemo na sljedeću zanimljivu cjelinu, pogledajmo jedan primjer stabla igre koji se često proučava u eksperimentalnoj ekonomiji, poznat i kao igra stonoge. Pogledajmo sliku 11.



Slika 11. Igra stonoge (vidi [5])

Dva igrača se izmjenjuju birajući između $Dolje$ i $Lijevo$. Izbor D završava igru, ali L je nastavlja do koraka 5. Jedan od razloga zašto je ova igra tako zanimljiva istraživačima je da bi naivni igrač 1 mogao pokušati stalno igrati L u pokušaju da dobije veliku isplatu 10. Međutim, vidjet ćemo da takva strategija nije sekvencijalno racionalna i da neće preživjeti indukciju unazad. Počinjemo u koraku 5 gdje će igrač 1 očito odigrati L.

Vraćajući se na korak 4, igrač 2 zna da će igrač 1 odigrati L u zadnjem koraku čime bi on dobio isplatu -10 pa će proći bolje igrajući D. Vraćajući se još jedan korak unazad, igrač zna da L generira -4 dok D garantira 3. Zato odabire D. Očito, ako nastavimo ovaj postupak do prvog koraka, vidimo da će igrač 1 racionalno odabrati D. Zaista, jedini strateški profil koji će preživiti indukciju unazad jest $\{D, D, D, D, L\}$ (vidi [5]).

Generalizirajmo sada notaciju za indukciju unazad. Neka je H^{T-1} skup povijesti igre koja je dostižna u koraku $T-1$. U svakoj od tih povijesti $h \in H^{T-1}$, indukcija unazad zahtijeva od igrača koji povlači potez, $p(h)$, da odabere optimalnu akciju koja će maksimizirati njegovu korisnost. Dakle, za svaku $h \in H^{T-1}$, $p(h)$ odabire $a^*(h) = argmax_{a \in A(h)} u_{p(h)}(h, a)$. Sljedeće razmotrimo skup povijesti koje neposredno slijede H^{T-1} i samo dovode do povijesti u H^{T-1} (označimo taj skup s H^{T-2}). Za svaku $h \in H^{T-2}$, $p(h)$ odabire akciju $a \in A(h)$ koja je optimalna za $p(h)$ uz dane opcije izabrane iz H^{T-1} ili $a^*(h) = argmax_{a \in A(h)} u_{p(h)}(h, a, a^*(h, a))$. Ovaj postupak se može iterirati do koraka k gdje rješavamo za $a^*(h) = argmax_{a \in A(h)} u_{p(h)}(h, a, a^*(h, a))$ za svaku $h \in H^{T-k}$. Taj postupak se nastavlja do inicijalnog čvora $H^0 = \{\emptyset\}$ (vidi [5]).

8.3. Igra pregovaranja

Primjena modela pregovaranja je postala jako važna u političkoj teoriji igara i s njom ćemo zaključiti ovaj diplomski rad. Zapravo, o cijeloj igri pregovaranja mogao bi se posvetiti jedan zasebni rad, ali mi ćemo se ipak zadržati na par zanimljivih primjera.

Pretpostavimo da imamo dva igrača, 1 i 2, koji pregovaraju o tome kako alocirati 1\$. U prvom koraku, igrač 1 predlaže podjelu dolara pri čemu on zadržava x_1, a daje $x_2 = 1 - x_1$ igraču 2. Ako igrač 2 prihvati, dolar se dijeli u skladu s tim i igra završava. Međutim, ako igrač 2 odbije, vrijednost dolara pada na δ, pri čemu je $0 < \delta < 1$.

Namjera ove pretpostavke je da obuhvatimo činjenicu da su igrač nestrpljivi tako da preferiraju pogodbu što ranije. U drugom koraku, igrač 2 može predložiti podjelu tako da on zadrži x_2, a da igraču 1 $x_1 = \delta - x_2$. Ako igrač 1 prihvati, δ se dijeli u skladu s tim.

Ako odbije, dolar nestaje i oba igrača dobivaju 0. Zbog jednostavnosti pretpostavimo da su isplate za svakog igrača $u_i(x_i) = x_i$.

Ispostavilo se da postoji puno Nashovih ravnoteža za ovu igru. Zapravo, svaka alokacija može biti podržana sa strategijama Nashove ravnoteže. Kako bi to uvidjeli, razmotrimo sljedeće strateške kombinacije:

Igrač 1: Predloži $x_2 = z$. Ako se odbije, odbij bilo koju ponudu u drugom koraku.

Igrač 2: Prihvati u prvom koraku ako je $x_2 \geq z$, odbij inače i zatim predloži $x_2 = \delta$ u drugom koraku.

Očito, najbolji odgovor igrača 1 je predložiti $x_2 = z$ u prvom krugu za svaki $z \leq 1$. U protivnom bi igrač 1 dobio 0. Slično, najbolji odgovor igrača 2 je da prihvati z. Međutim, te strategije očito nisu sekvencijalno racionalne. Igrač 1 ne profitira od odbijanja svih prijedloga u drugom koraku. On bi trebao prihvatiti svaku ponudu koja mu daje barem visoku korisnost kao 0 koju dobije od odbijanja. Tako će igrač 2 moći zadržati δ u drugom koraku. Znajući to, najbolja ponuda igrača 1 je $x_1 = 1 - \delta$ i $x_2 = \delta$. Ovaj ishod je jedina Nashova ravnoteža koja će preživjeti indukciju unazad (vidi [5]).

Za sami kraj pogledajmo još što se dogodilo nakon parlamentarnih izbora 2015. godine. Većina građana se sjeća maratonskih postizbornih pregovora između MOST-a i SDP-a, odnosno HDZ-a. Podsjetimo se da je na tim izborima koalicija oko HDZ-a osvojila 59 mandata, koalicija oko SDP-a je osvojila 56 mandata, a MOST je bio iznenađenje izbora s osvojenih 19 mandata. Prvo ipak sagledajmo jedan jednostavan primjer natječaja za određeno radno mjesto. Pretpostavimo da se na jedan oglas za posao, odnosno na jedno radno mjesto, prijavilo 100 kandidata.

Određeni kandidat nema izbora između poslodavaca, s obzirom da je taj jedini koji zapošljava u okolici. Međutim, taj poslodavac ima puno izbora i moći će ponuditi kandidatu standardnu formu ugovora za zaposlenje, s minimalnim pogodnostima. Zbog jednostavnosti ćemo definirati pregovaračku moć na relativno jednostavan način.

Definicija 8.3.1. Pregovaračka moć igrača i, u oznaci PM_i, je omjer igračeve mogućnosti da utječe na drugog sudionika, do troška da se ne postigne dogovor s tim igračem.

$$PM_A = \frac{Koristi\ i\ troškovi\ koji\ se\ mogu\ nanijeti\ B}{Trošak\ nepristajanja\ od\ A}$$

Iako pri definiranju pregovaračke moći nismo u potpunosti pošteni jer ne navodimo kako možemo izmjeriti tražene koristi i troškove, intuitivno je jasno što nam sama definicija govori. Ako je $PM_A \geq PM_B$, onda A ima veću pregovaračku moć od B.

Ako se vratimo na naš primjer s političkim strankama, jasno je da je MOST imao veću pregovaračku moć od SDP-a i HDZ-a iako je imao manji broj izabranih zastupnika. Razlog tome je što je MOST imao izbor između dvije najjače stranke, dok SDP i HDZ nisu imali više izbora oko koalicijskog partnera. Konkretno, pretpostavimo da gledamo odnos između MOST-a i HDZ-a i pretpostavimo da su nam dane sljedeće vrijednosti:

$$Koristi\ i\ troškovi\ koji\ se\ mogu\ nanijeti\ MOST-u = 1$$

$$Koristi\ i\ troškovi\ koji\ se\ mogu\ nanijeti\ HDZ-u = 2$$

$$Trošak\ nepristajanja\ od\ MOST-a = 0.2$$

$$Trošak\ nepristajanja\ od\ HDZ-a = 0.5$$

Obrazložimo navedene pretpostavke. S obzirom da je u pregovorima gotovo sigurno bilo da će MOST biti taj koji će svakako formirati većinu, razumno je očekivati da će korisnost koja se može nanijeti HDZ-u kao većoj stranci biti veća. Jednako tako, trošak nepristajanja od MOST-a je nešto manji od HDZ-ovog jer može nastaviti pregovore sa SDP-om, dok HDZ to ne može.

Sada imamo:

$$PM_{MOST} = \frac{2}{0.2} = 10, \qquad PM_{HDZ} = \frac{1}{0.5} = 2 \qquad \Longrightarrow \qquad PM_{MOST} \geq PM_{HDZ}$$

Analogno bismo u ovoj analizi mogli zamijeniti HDZ sa SDP-om jer im je pregovaračka pozicija bila jako slična.

Usporedimo još prethodnu situaciju s onom koja se odvila godinu dana nakon. Naime, nakon izvanrednih parlamentarnih izbora 2016. godine, HDZ-ova koalicija je osvojila 61 mandat, SDP-ova je osvojila 54 mandata, dok je MOST osvojio 13 mandata. Uz ovakve rezultate i povlačenje Zorana Milanovića iz pregovora, pregovaračka moć MOST-a je naglo oslabila iz dva glavna razloga: Prvi je sami pad u broju zastupničkih mjesta MOST-a, ali i rast dobivenih mandata HDZ-a. Drugi je razlog da MOST više nije imao alternativu u pregovorima čime bi trošak nepristajanja na dogovor bio znatno veći.

Vjerujem da se za kraj, s obzirom na dramatične prevrate i neočekivane ishode, možemo složiti kako je hrvatska politička utakmica jako zanimljiva. S tom konstatacijom ćemo stati i preći na zaključak rada.

9. ZAKLJUČAK

Počevši od određenih pretpostavki i definicija kojima smo odredili racionalno odlučivanje u političkom kontekstu, mogli smo doći do nekoliko važnih zaključaka.

Uvodeći samu funkciju korisnosti i isplate kao temelj teorije igara, zaključili smo da svaki glasač može pronaći svoju optimalnu stranku, odnosno onu koja najbolje zastupa njegove interese i stavove. Kroz daljnju analizu smo vidjeli utjecaj rizika kao važnog faktora u procesu odlučivanja, odnosno ideologije kao sustava vrijednosti koja glasačima omogućuje brži i jednostavniji proces identifikacije optimalnog izbora. Zato je bitno da glasači budu što više informirani o izbornom procesu, njegovim pravilima i sudionicima, ali i da političari budu što više informirani o sklonostima i preferencijama glasača.

Agregiranjem preferencija svih donositelja odluka, jedan od fundamentalnih teorema teorije društvenog izbora, poznat i kao Arrowljev teorem o nemogućnosti, nam kaže da se ne mogu istovremeno zadovoljiti sve razumne pretpostavke koje zahtijeva demokratski uređen sustav zbog čega upravo od demokratskog društva ne može očekivati da donosi konzistentne odluke. Ipak, rezultat matematičke i politološke analize nalaže da će demokracija biti učinkovitija sa približno sličnim preferencijama birača jer će pri promjeni vlasti tranzicija moći biti brža i jednostavnija te neće rezultirati sa znatno drugačijim skupom politika. U tom će slučaju distribucija glasača biti slična normalnoj distribuciji. U protivnom, ako su glasačke preferencije raznolike, odnosno ako su glasači intenzivnije distribuirani uz rubove političkog pravca, skupovi politika će biti znatno različiti i demokracija će biti manje efikasna. Upravo takve preferencije možemo uočiti u hrvatskom društvu analizom determinanti odnosa prema najvećim strankama, odnosno glasova dobivenih na zadnjim parlamentarnim i lokalnim izborima.

Za kraj smo vidjeli da pregovaračka moć u smislu teorije izbora ne ovisi toliko o veličini igrača, odnosno o broju dobivenih mandata na izborima, nego o samoj mogućnosti izbora. Tako smo zaključili da je pregovaračka moć stranaka koje imaju više izbora za koalicijskim partnerom, iako su manje, veća nego kod onih stranaka koje imaju samo jedan izbor.

LITERATURA

[1] A. Downs, Ekonomska teorija političke akcije u demokraciji, The University of Chicago Press, Chicago, 1957.

[2] I. Grdešić, Političko odlučivanje, Alinea, Zagreb, 1995.

[3] A. Henjak, Stranačka mobilizacija i granice stranačke identifikacije u Hrvatskoj nakon 2000. godine, Političke perspektive (2011.) 29-56.

[4] M. Kasapović, Izborni i stranački sustav Republike Hrvatske, Alinea, Zagreb, 1993.

[5] N. McCarty, A. Meirowitz, Political Game Theory, An Introduction, Cambridge University Press, Cambridge, 2007.

[6] V. Krčadinac, "Teorija igara - matematičko modeliranje konfliktnih situacija", web stranica Hrvatskog matematičkog elektronskog časopisa math.e, dostupno na http://e.math.hr/teorijaigara/teorijaigara_print.html (rujan 2017.)

[7] S. Ravlić, D. Čepo, D., Uvod u političku znanost, Pravni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Studijski centar za javnu upravu i javne financije, Zagreb, 2014.

[8] H. S. Rosen, Javne financije, Institut za javne financije, Zagreb, 1999.

[9] P. J. Wood, Climate Change and Game Theory, Research Report No.62, Environmental Economics Research Hub, Canberra, 2010.

SAŽETAK

Ovaj rad smo započeli s važnim pretpostavkama i definicijama koje određuju demokratski, odnosno izborni sustav i racionalno odlučivanje pri donošenju akcija u skladu s danim izborom. Racionalnost ovdje podrazumijeva sebično razmišljanje u smislu maksimizacije isključivo vlastitih interesa .

Interesima, odnosno preferencijama, smo zatim pridružili funkciju korisnosti kako bismo ih mogli izmjeriti i lakše analizirati. Tako smo došli do prvog rezultata da svaki birač može pronaći svoju stranku koja najbolje optimizira njegove preferencije, ali zbog utjecaja rizika i neinformiranosti često birači neće birati optimalno. Zbog neinformiranosti će se birači često referirati na ideološke vrijednosti kako bi njihov proces donošenja odluke bio brži i jednostavniji. Kako bi maksimizacija korisnosti bila što učinkovitija važno je da birači budu upoznati s izbornim sustavom, njegovim pravilima i sudionicima, ali i da političari budu što više informirani o sklonostima i preferencijama glasača.

Agregiranjem preferencija svih donositelja odluka, jedan od fundamentalnih teorema teorije društvenog izbora, poznat i kao Arrowljev teorem o nemogućnosti, nam kaže da se ne mogu istovremeno zadovoljiti sve razumne pretpostavke koje zahtijeva demokratski uređen sustav zbog čega upravo od demokratskog društva ne može očekivati da donosi konzistentne odluke.

Ipak, koristeći Hotellingov model u analizi donošenja odluka, rezultat matematičke i politološke analize nalaže da će demokracija biti učinkovitija sa približno sličnim preferencijama birača jer će pri promjeni vlasti tranzicija moći biti brža i jednostavnija te neće rezultirati sa znatno drugačijim skupom politika. U tom će slučaju distribucija glasača biti slična normalnoj distribuciji. Pri toj se distribuciji možemo referirati i na teorem medijanskog glasača koji nam govori da će se političari koji žele maksimizirati prikupljene glasove prilagoditi programu koji preferira upravo medijanski ili centralni glasač.

U protivnom, ako su glasačke preferencije raznolike, odnosno ako su glasači intenzivnije distribuirani uz rubove političkog pravca, skupovi politika će biti znatno različiti i demokracija će biti manje efikasna. Upravo smo takve preferencije mogli uočiti u hrvatskom društvu analizom determinanti odnosa prema najvećim strankama, odnosno glasova dobivenih na zadnjim parlamentarnim i lokalnim izborima.

Za kraj smo vidjeli da pregovaračka moć u smislu teorije izbora ne ovisi toliko o veličini igrača, odnosno o broju dobivenih mandata na izborima, nego o samoj mogućnosti izbora. Tako smo zaključili da je pregovaračka moć stranaka koje imaju više izbora za koalicijiskim partnerom, iako su manje, veća nego kod onih stranaka koje imaju samo jedan izbor.

SUMMARY

We started this paper with some important assumptions and definitions that determine democratic and respectively electoral system as well as rational decision making when it comes to choosing actions in accordance with offered choices. Rationality here means selfish thinking that maximizes only own interests.

Using interests, precisely preferences, we defined the utility function so we could measure and easily analyze those preferences. Thus we came to the first result that every elector can find his party that optimizes his preferences, but under the influence of risk and lack of information electors often won't select the optimal choice. Due to imperfect knowledge, electors will often turn to ideological values so their decision making would be faster and more simple. To efictively maximize utility, it is important that electors be acquaintet with the electoral system, its rules and participants, but also that politicians are well informed with tendencies and preferences of the electorate.

Agregating preferences of all decision makers, one of the fundamental theorems in social choice theory, also known as Arrow's theorem of impossibility, says that we can't simultaneously fulfill all reasonable assumptions that democracy requires, so we can't expect of the democratic society to make consistent decisions.

Still, using Hotelling's model in decision making, the result of mathematic and politic analysis claims that democracy will be more efective if the electoral preferences are similar to each other because with the change of government the transition of power will be faster and smoother and it won't result with a significantly different policy set. In that case, the distribution of voters will be close to the normal distribution. If so, we can apply the median voter theorem that says that politicians that want to maximize their obtained wotes will adapt to the program that preferes the median or central voter.

Otherwise, if the electoral preferences are diverse and if voters are intensively distributed on the edges of the political line, policy sets will also be significantly diverse and democracy will be less efective. Analysing determinants to the largest parties and elections in Croatia, exactly similar diverse preferences are visible in the croatian society.

In the end we saw that the bargaining power in terms of the choice theory does not depend so much on the size of the player, respectively it's mandates, but mostly on the possibility to choose. We concluded that the bargaining power of parties that have more choices for a coalition partner, even though they might be smaller, is bigger than of those parties that have only one choice.

ŽIVOTOPIS

Rođen sam 1993. godine u Splitu. Osnovnu školu sam pohađao u četvrti Spinut nakon čega sam upisao i završio splitsku V. gimnaziju "Vladimir Nazor". U Zagrebu sam 2011. godine upisao Prirodoslovno-matematički fakultet u Zagrebu na kojem sam i završio preddiplomski studij nastavničke matematike s odličnim prosjekom, kao najbolji student u generaciji. Nakon preddiplomskog, upisao sam diplomski studij poslovne i financijske matematike na istom fakultetu.

Pozvan sam za demonstratora iz nekoliko kolegija, od čega sam prihvatio poziv za njih sedam u pet semestara. Za uspjeh na fakultetu i izvannastavnim aktivnostima nagrađen sam priznanjem Vijeća Matematičkog odsjeka, pohvalnicom Fakultetskog vijeća PMF-a te Rektorovom nagradom za rad "Matematika u politici". Na studentskim izborima 2015. bio sam izabran za člana Studentskog zbora zagrebačkog PMF-a. Od iste godine sam obnašao dužnost jednog od studentskih predstavnika u Vijeću Matematičkog odsjeka, a sljedeće sam godine izabran za člana Povjerenstva za unaprijeđenje nastave na Matematičkom odsjeku.

Već se nekoliko godina bavim popularizacijom znanosti te sam bio potpredsjednik Prirodoslovno-matematičke udruge studenata (PRIMUS) i voditelj matematičkog ogranka udruge kroz 2015. i 2017. godinu. Kao voditelj ogranka sudjelovao sam u organizaciji nekoliko projekata popularizacije znanosti. Također sam, kao inicijator, sudjelovao u organizaciji Otvorenog dana matematičkog odsjeka 2015., 2016. i 2017. godine, na kojima sam bio i voditelj radionica. Kao jedan od zadnjih projekata na čelu ogranka volio bih istaknuti organizaciju i vođenje tribine o kurikularnoj reformi 2017. godine.

Od 2012. godine dajem instrukcije iz matematike za osnovne i srednje škole, a od 2013. za određene fakultete u područjima geometrije, algebre i diferencijalnog i integralnog računa.

Krajem 2017. godine izabran sam za predsjednika Savjeta mladih Grada Zagreba - savjetodavnog tijela grada koje promiče i zagovara prava, potrebe i interese mladih u gradu Zagrebu. Na toj sam funkciji inicirao nekoliko akcija i projekata od interesa i koristi za mlade na razini grada.

Održavanjem demonstratura i instrukcija, vođenjem matematičkog ogranka PRIMUS-a i Savjeta mladih te sudjelovanjem na nekim projektima stekao sam organizacijske sposobnosti i radne navike popračene s kreativnim i poticajnim inovacijama.

Sudjelovao sam na EU projektima "ERASMUS+", odnosno "Youth in action" ("Lost in naturete" u Španjolskoj, "Be a European citizen" u Rumunjskoj, "Tolerance and togetherness in diversity" u Turskoj), a radio sam i na organizaciji projekta "Fit your body and educate your mind" u Skoplju. Zahvaljujući tim projektima sam upoznao brojne mlade ljude iz većine europskih država.

Aktivno i odlično se koristim engleskim, a pasivno njemačkim jezikom.

Za kraj, volontirao sam i sudjelovao na brojnim tribinama i predavanjima vezanim uz civilno društvo, znanost i obrazovanje. Radio sam i na nekim šahovskim turnirima kao demonstrator te bio član biračkih odbora na nekoliko dosadašnjih izbora.